

# ZEITSCHRIFT FÜR PHYSIK

HERAUSGEGEBEN UNTER MITWIRKUNG  
DER  
DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT  
VON  
**H. GEIGER**

**107. BAND. 7. UND 8. HEFT**

MIT 54 TEXTFIGUREN

(ABGESCHLOSSEN AM 5. NOVEMBER 1937)



**VERLAG VON JULIUS SPRINGER, BERLIN**

**1937**

Die

# Zeitschrift für Physik

erscheint zwangsläufig in einzelnen Heften; 12 Hefte bilden einen Band.

Die Zeitschrift für Physik ist durch jede Buchhandlung zu beziehen. Die Mitglieder der Deutschen Physikalischen Gesellschaft erhalten die Zeitschrift für Physik zu einem mit dem Vorstande der Gesellschaft vereinbarten Vorzugspreis geliefert.

Es wird ausdrücklich darauf aufmerksam gemacht, daß mit der Annahme des Manuskriptes und seiner Veröffentlichung durch den Verlag das ausschließliche Verlagsrecht für alle Sprachen und Länder an den Verlag übergeht, und zwar bis zum 31. Dezember desjenigen Kalenderjahres, das auf das Jahr des Erscheinens folgt. Hieraus ergibt sich, daß grundsätzlich nur Arbeiten angenommen werden können, die vorher weder im Inland noch im Ausland veröffentlicht worden sind. Auch verpflichtet sich der Autor, die Arbeit nachträglich nicht anderweitig zu veröffentlichen.

Manuskriptsendungen sind an die Verlagsbuchhandlung Julius Springer, Berlin W 9, Linkstraße 22/24, zu richten.

Die Autoren erhalten eine Fahnenkorrektur. Eine 2. (Umbruch-) Korrektur wird nur auf ausdrücklichen Wunsch übersandt, weil dadurch in der Regel das Erscheinen der Arbeit erheblich verzögert wird.

Autorkorrekturen, d. h. nachträgliche Textänderungen, werden, soweit sie 10% der Satzkosten übersteigen, den Verfassern in Rechnung gestellt.

Die Mitarbeiter erhalten von ihren Arbeiten 75 Sonderdrucke unentgeltlich. Weitere 125 Exemplare werden, falls bei Rücksendung der 1. Korrektur bestellt, gegen eine angemessene Entschädigung geliefert. Darüber hinaus gewünschte Exemplare müssen zum Bogennettopreise berechnet werden. Mit der Lieferung von Dissertationsexemplaren befaßt sich die Verlagsbuchhandlung grundsätzlich nicht; sie stellt jedoch den Doktoranden den Satz zur Anfertigung der Dissertationsexemplare durch die Druckerei zur Verfügung.

Verlagsbuchhandlung Julius Springer, Berlin W 9, Linkstraße 22/24.

## Aufnahmebedingungen.

Nur solche Arbeiten können in die Zeitschrift für Physik aufgenommen werden, die den folgenden

### Richtlinien

genügen:

1. Die Arbeit muß dem Gebiete der experimentellen oder theoretischen Physik angehören. Auch Arbeiten aus Nachbargebieten können aufgenommen werden. Ausgeschlossen sind jedoch Arbeiten mit rein mathematischem, astronomischem, mineralogischem oder chemischem Inhalt.

2. Die Einleitung der Arbeit soll den Leser in knappen Sätzen in die Vorgeschichte des Problems einführen. Je stärker ein Problem im Vordergrunde des Interesses steht, desto kürzer kann die Einleitung gehalten werden.

3. Das Ziel der Arbeit muß schon in der Einleitung klar ausgesprochen werden. Es soll dabei auch ersichtlich sein, inwieweit die Erreichung des gesteckten Ziels einen im Rahmen der heutigen Physik wertvollen wissenschaftlichen Fortschritt bedeutet.

4. Die Beschreibung von Versuchsanordnungen soll sich keinesfalls in technische Einzelheiten verlieren. Nur apparative Neuheiten von grundsätzlicher Bedeutung sind von Interesse. Die bildliche Wiedergabe von Apparaten soll durch schematische Zeichnung, nicht durch Photographie erfolgen.

5. Es ist fast immer ausreichend, von den Meßreihen ein typisches Beispiel herauszugreifen. An diesem Beispiel soll aber ersichtlich bzw. kontrollierbar sein, wie die Auswertung erfolgt ist, wie die Rechnungen durchgeführt wurden, welche Korrekturen angebracht sind usw.

6. Die Meßergebnisse sind entweder in Tabellen oder in Kurven wiederzugeben. Nur in Ausnahmefällen kann es gerechtfertigt sein, dasselbe Zahlenmaterial sowohl in Tabellen wie in Kurvenform zu veröffentlichen.

7. Die Lesbarkeit einer Arbeit gewinnt sehr, wenn die Figuren und Tabellen durch gut durchdachte Beschriftung an sich schon verständlich sind. Jedenfalls sollen alle Figuren und Tabellen mit Unterschriften bzw. Überschriften versehen sein.

8. In theoretischen Arbeiten sollen die mathematischen Ausführungen gerade so ausführlich veröffentlicht werden, daß der Leser die vom Verfasser überwundenen Schwierigkeiten nicht nochmals von neuem überwinden muß. Elementare Rechnungen dürfen nur ganz kurz angedeutet werden. In Zweifelsfällen empfiehlt es sich, Zwischenrechnungen als Anhang in kleinem Druck zu bringen.

9. Die Diskussion der Ergebnisse und die sonstigen allgemeinen Erörterungen sollen in ihrer Ausführlichkeit dem Umfang der in der Arbeit gewonnenen neuen Erkenntnisse entsprechen. Eine kurze Meßreihe berechtigt noch nicht dazu, einen großen Fragenkomplex lehrbuchartig aufzurollen.

10. Jede Arbeit muß in sich abgeschlossen sein. Arbeiten, welche allein auf einen Versuchsvorschlag oder nur auf eine Verbesserung von Meßverfahren oder Meßinstrumenten abzielen, können in der Regel nicht aufgenommen werden.

11. Dissertationen oder Habilitationschriften können nicht in voller Breite aufgenommen werden. Nur solche Auszüge werden veröffentlicht, die den vorliegenden Richtlinien entsprechen. Die Auszüge sind in einer Fußnote als gekürzte Dissertation usw. zu kennzeichnen.

12. Am Kopf jeder Arbeit soll eine Inhaltsangabe in Kleindruck stehen. In diese Inhaltsangabe sollen vor allem die Punkte aufgenommen werden, welche der Verfasser als seine neuen Ergebnisse und damit als den durch seine Arbeit erzielten wissenschaftlichen Fortschritt ansieht.

Der Herausgeber: H. Geiger.

# Experimentelle Untersuchungen über den statistischen Charakter des radioaktiven Zerfallsgesetzes und Stoßgrößenverteilungen in Ionisationskammern.

Von Erich Schüttlöffel in Halle a. d. Saale.

Mit 6 Abbildungen. (Eingegangen am 26. August 1937.)

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist der experimentelle Nachweis des statistischen Charakters des radioaktiven Zerfallsgesetzes, wenn als Ionisationsgefäß eine Kugelkammer benutzt wird. Ein weiteres Ziel ist, Stoßgrößenverteilungskurven in einer Kugelkammer mit gealterter Luft aufzunehmen und daraus Schlüsse auf das Vorhandensein von bestimmten aktiven Substanzen zu ziehen.

**1. Einleitung.** Es sind schon mehrere Versuche gemacht worden, den statistischen Charakter des Abklingungsgesetzes einer radioaktiven Substanz experimentell zu beweisen. Das Gesetz lautet bekanntlich:

$$N_t = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (1)$$

worin  $N_t$ ,  $N_0$  die Zahl der Atome zur Zeit  $t$  bzw. zur Zeit 0,  $\lambda$  die Zerfallskonstante und  $e$  die Basis der natürlichen Logarithmen bedeuten.

Wie Beobachtungen von Schweidler<sup>1)</sup> erstmalig zeigten, treten bei der zeitlichen Aussendung der Strahlung eines einheitlichen radioaktiven Präparates Diskontinuitäten auf, die sich als zeitliche Schwankungen der Ionisationswirkung der ausgesandten Strahlung äußern. Das Exponentialgesetz (1) des radioaktiven Zerfalls bedeutet somit nur einen Mittelwert über zahlreiche einzelne zerfallende Atome. Ist nun der radioaktive Zerfall statistisch, d. h. die Aussendung der Zerfallsprodukte geschieht rein zufällig, ein zerfallendes Atom regt ein anderes nicht zum Zerfall an, so müssen die Schwankungen den von der Wahrscheinlichkeitsrechnung aufgestellten Gesetzmäßigkeiten genügen.

Um nun experimentell nachzuweisen, daß die Schwankungen statistischen Charakter haben, sind mit den verschiedensten Apparaturen und Präparaten Messungen angestellt worden. So haben Rutherford und Geiger<sup>2)</sup> Untersuchungen nach der Szintillationsmethode angestellt, andere Messungen sind mit dem Spitzenzähler vorgenommen worden, und als neuere Arbeit ist die von Kuntzner<sup>3)</sup> zu nennen, der mit Zählrohr und Bandelektrometer arbeitete und eine Abweichung der gefundenen

<sup>1)</sup> E. Schweidler, Premier Congrès intern. d. Radiologie 1905. —

<sup>2)</sup> E. Rutherford u. H. Geiger, Philos. Magaz. (6) **20**, 698, 1910. —

<sup>3)</sup> W. Kuntzner, ZS. f. Phys. **21**, 281, 1924.

Ergebnisse mit den Formeln glaubte feststellen zu können. Allen diesen Arbeiten ist gemeinsam, daß ein starkes Präparat benutzt wurde und deshalb ein kleiner Raumwinkel ausgeblendet werden mußte. Unter den benutzten Versuchsanordnungen sind zwei Gruppen zu unterscheiden:

1. Es wird jedes einzelne  $\alpha$ -Teilchen registriert und gezählt. Hierbei ist es gleichgültig, wieviel Ionenpaare jedes  $\alpha$ -Teilchen erzeugt. Kohlrausch<sup>1)</sup> bezeichnet sie als die Methode der Einzelbeobachtungen.

2. Bei der zweiten Gruppe von Versuchsanordnungen wird die Gesamtwirkung sehr vieler  $\alpha$ -Teilchen beobachtet. Kohlrausch nennt sie die Methode der Massenbeobachtungen.

Die Schwankungen können an einer Art der drei radioaktiven Strahlen festgestellt werden. Da aber jedes einzelne  $\alpha$ -Teilchen mit einem geeigneten Meßinstrument beobachtet werden kann, also jedes einzelne Ereignis zu erfassen ist, so ist die Messung von  $\alpha$ -Teilchen sehr gut geeignet. Die hier verwendete Elektrometerapparatur gestattete einmal eine quantitative Zählung aller in der Ionisationskammer auftretenden  $\alpha$ -Teilchen. Weiterhin konnte durch Verwendung einer hohlkugelförmigen Ionisationskammer die Einschränkung eines Winkelbereiches, innerhalb dessen die Strahlung bisher beobachtet worden ist, weitgehend vermieden werden, so daß an nähernd der halbe räumliche Winkel der von der Kammer ausgehenden Strahlung zur Messung gelangte.

2. *Apparaturbeschreibung.* Die Grundlage der Meßanordnung bildete das Hoffmannsche Vakuumduantenelektrometer in Verbindung mit einer Ionisationskammer. Die stabile Bauart des Elektrometers gestattete es, die Ionisationskammer direkt auf das Instrument aufzusetzen. Die Verbindung zwischen Auffänger und Elektrometersystem ging, um äußere Einflüsse auszuschalten, durch ein evakuiertes Zwischenstück. Somit war eine äußerst kurze und störungsfreie Verbindung gegeben. Die Empfindlichkeit des Elektrometers wurde bis zu 12000 E.-Q. ausgenutzt. Die Messungen erstreckten sich über längere Zeiten. Damit nun der Lichtzeiger nicht nach kurzer Zeit über das Registrierblatt lief, wurde eine Kompensationsschaltung benutzt, die von Hoffmann<sup>2)</sup> zuerst beschrieben worden ist. Auch der durch die Umgebungsstrahlung verursachte leichte Elektrometergang mußte durch die Kompensation aufgehoben werden. Es wurde nicht die Kammerspannung verändert, sondern auf den Influenzierungsring eine ständig zunehmende Ladung influenziert. Die Kompensationswalze wurde

<sup>1)</sup> K. W. F. Kohlrausch, *Ergebn. d. exakten Naturw.* (5), S. 192. —

<sup>2)</sup> G. Hoffmann, *Ann. d. Phys.* **80**, 779, 1926.

von einem Synchronmotor angetrieben. Dieser Motor war mit einer Schaltanlage gekoppelt, die schon von Strauss<sup>1)</sup> beschrieben worden ist. Sie war notwendig, um längere fortlaufende Registrirungen vornehmen zu können.

Als Ionisationskammern wurden zwei Kugelkammern benutzt. Das Kammermaterial war Eisen bzw. Kupfer. Während für den Beweis des statistischen Charakters des Zerfallsgesetzes nur die Eisenkammer benutzt wurde, fanden für die Stoßgrößenverteilungen beide Kammern Verwendung. In der Fig. 1 ist die Kammer im Aufriß gezeichnet.

Die eigentliche Kugelkammer  $K$  ist auf Glasisolatoren gelagert, die sie gegen den äußeren, das Ganze einhüllenden Stahlmantel  $E$  isolieren. In der Kugel ist eine Durchbohrung angebracht, so daß durch einen Hahn Außenluft eingelassen werden kann. Der Aufänger  $A$ , der bis zur Mitte der Kugel reicht, ist durch Quarzisolatoren  $Q$  gegen den Stahlmantel isoliert und kann mit dem Elektrometersystem starr verbunden werden. Um den Hauptisolator gut abzudichten, wurde eine Dichtung  $Z$  aus Weichzinn benutzt. Der Isolator  $Q$  ist auf Weichkupfer  $Kw$  gelagert. Die Spannung, die hauptsächlich 550 Volt betrug, wird der Kammer durch einen Stahlbolzen zugeführt, der durch Hartgummi  $F$  durch den Stahlmantel isoliert durchgeführt ist. In der Kammer befand sich Luft, die 2 Jahre darin eingeschlossen war. Der Radius der Kammer war so groß gewählt worden, daß die Reichweite der vorhandenen  $\alpha$ -Teilchen kleiner war, er betrug 3,9 cm.

Als Präparat wurde unmittelbar die radioaktive Verseuchung der Kammer benutzt. Die durchschnittliche Teilchenzahl betrug in der Eisenkammer 23,7 pro Stunde.

Der Influenzierungsring des Elektrometers wurde mit dem Thomsonischen Normalkondensator geeicht, wobei das Elektrometer selbst als Nullinstrument benutzt wurde. Seine Kapazität ergab sich zu 0,68 cm. Eine

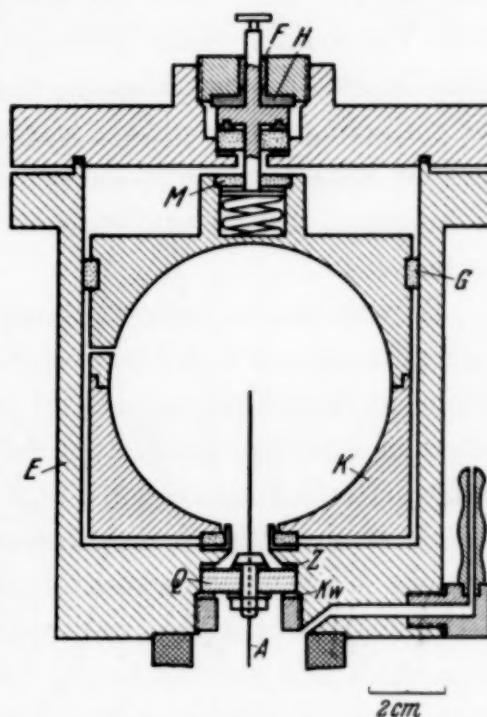


Fig. 1. Ionisationskammer.

<sup>1)</sup> H. Strauss, ZS. f. Phys. **100**, 237, 1936.

genaue Beschreibung des Kondensators und der Eichungsmethode hat Ziegert<sup>1)</sup> gegeben.

*3. Messungen und Meßergebnisse.* Durch Verwendung des Vakuumduantenelektrometers als Meßinstrument war es möglich, jedes einzelne  $\alpha$ -Teilchen, also damit jedes einzelne zerfallende Atom in seiner zeitlichen Aufeinanderfolge genau zu konstatieren. Da es bei der vorliegenden Messung nicht auf die Absolutzahl der erzeugten Ionen ankam, sondern nur auf die bloße Feststellung eines Teilchens, so war es mit diesem hochempfindlichen Meßinstrument möglich, fast alle Teilchen als solche zu erkennen; nur ein geringer Prozentsatz wurde nicht aufgelöst. Es war also möglich, die weit einfachere und durchsichtigere Methode der Einzelbeobachtungen zu benutzen, um die statistischen Schwankungen des Atomzerfalls genau festzustellen.

Es wurden nun während einer hinreichend großen Zeit die  $\alpha$ -Teilchen registriert, die von dem Atomzerfall der radioaktiven Substanzen herrührten, welche in dem Kammermaterial vorhanden waren. In der Eisenkammer befanden sich vorwiegend zwei radioaktive Substanzen, wie aus der Stoßgrößenverteilungskurve der Fig. 4 zu ersehen ist. Die Teilchenzahl pro Stunde blieb während der Messung konstant, trotzdem sich diese über mehrere Monate erstreckte. Nachdem eine genügende Anzahl von Registrierungen vorhanden war, wurden passende gleichgroße Zeitabstände ausgewählt und die einzelnen  $\alpha$ -Teilchen, die in diesen Zeitabständen auftraten, gezählt. Ist nun Schwankung vorhanden, so werden in den einzelnen gleichgroßen Zeitabständen verschieden viele  $\alpha$ -Teilchen auftreten. Nun wurden die Zeitabstände mit gleichvielen Teilchen zusammengenommen und nach den verschiedenen Besetzungshäufigkeiten geordnet. Es kamen z. B.  $h_0$ -Intervalle vor, in denen kein  $\alpha$ -Teilchen auftrat,  $h_1$  Fälle, in denen ein Teilchen auftrat, usw. Im vorliegenden Falle wurden Intervalle von 5 Minuten gewählt. Zur Auswertung gelangten 10761  $\alpha$ -Teilchen, die in 5572 Intervallen vorkamen. Es kam 891 mal vor, daß kein  $\alpha$ -Teilchen auftrat, 1481 mal, daß ein Teilchen auftrat, usw. Die mittlere Teilchenzahl  $\bar{n}$  der während der Zeit von  $t = 5$  Minuten auftretenden  $\alpha$ -Teilchen ergab sich zu 1,975.

Aus der Wahrscheinlichkeitsrechnung ergibt sich für die Wahrscheinlichkeit, daß in einem bestimmten Zeitintervall  $n$   $\alpha$ -Teilchen auftreten, der Ausdruck:

$$w(n) = \frac{\bar{n}^n e^{-\bar{n}}}{n!} \quad (2)$$

<sup>1)</sup> H. Ziegert, ZS. f. Phys. **46**, 675, 1928.

Diese Formel wird rein rechnerisch aus Wahrscheinlichkeitsbetrachtungen gewonnen. Sie läßt sich auf den vorliegenden Fall anwenden, wenn der experimentell gefundene Mittelwert  $\bar{n}$  in (2) eingesetzt wird. Es lassen sich demnach die Häufigkeiten  $h$  nach dieser Formel berechnen. Die berechneten Werte können dann mit den experimentell gefundenen verglichen werden und damit kann festgestellt werden, inwieweit die Schwankungen statistischen Charakter haben, oder ob von einer gegenseitigen Beeinflussung der zerfallenden Atome gesprochen werden kann. Der Ausdruck (2) gibt die Wahrscheinlichkeit für ein Intervall an, die Wahrscheinlichkeit für  $l = \Sigma h$  Intervalle ist gegeben durch

$$h_n = l \cdot w(n) = l \cdot \frac{n^n e^{-\bar{n}}}{n!} \quad (3)$$

In der Fig. 2 sind nun die Häufigkeiten  $h$  als Ordinate, die Besetzungszahlen  $n$  als Abszisse aufgetragen. Die ausgezogenen Kurven geben die nach (3) berechneten Werte wieder, während die durch die Messungen gefundenen dazugehörigen Werte durch Kreise bzw. Kreuze angedeutet sind. Die Kurve  $b$  ist genau so wie die Kurve  $a$  aufgestellt worden, nur eine geringere Teilchenzahl wurde verwendet; 2981 Intervalle mit 5630 Teilchen wurden hierzu benutzt.

Die Kurve  $b$  wurde gezeichnet, um zu sehen, ob eventuell auftretende Abweichungen der gemessenen Kurve von der berechneten mit der Teilchenzahl zunehmen, was ja der Fall sein muß, wenn die Abweichungen prinzipieller Natur sind.

Ist die Wahrscheinlichkeitsfunktion  $w(n)$  bekannt, so können weitere Kriterien angegeben werden, aus denen rechnerisch zu ersehen ist, ob die beobachteten Werte den errechneten entsprechen und welche Unterschiede vorhanden sind. Wird von allen beobachteten  $n$ -Werten die Differenz gegen den Mittelwert  $\bar{n}$  gebildet, wird diese Differenz quadriert und die Summe aller Quadrate gebildet, dann noch durch  $(l-1)$  dividiert, so

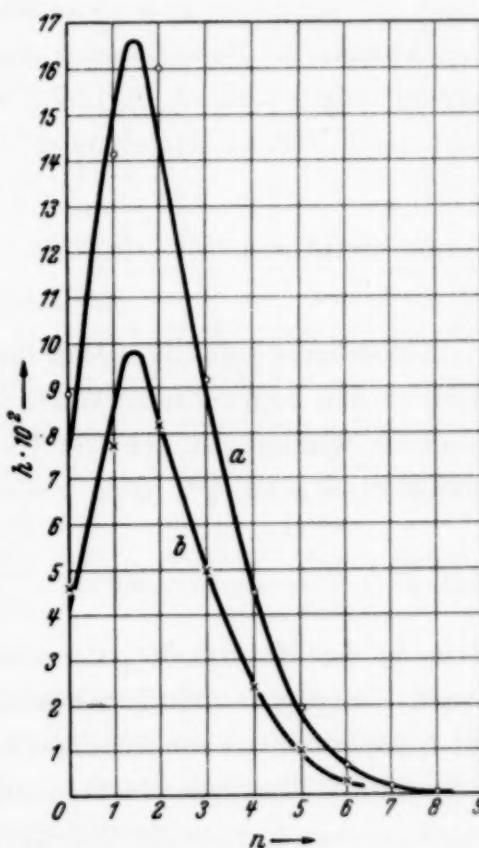


Fig. 2. Unter  $l = \Sigma h$  5 Minuten-Intervallen kommt es  $h$  mal vor, daß  $n$   $\alpha$ -Teilchen auftreten.

ergibt sich das Quadrat der mittleren Schwankung. Der rechnerische Ausdruck dafür ist:

$$\varepsilon'^2 = \frac{1}{l-1} \sum ((n - \bar{n})^2). \quad (4)$$

Es läßt sich also die mittlere Schwankung aus den beobachteten Werten errechnen. Andererseits ist sie rechnerisch nach Kohlrausch<sup>1)</sup> gegeben durch

$$\varepsilon^2 = \bar{n}. \quad (5)$$

Damit ist ein neues rein objektives Mittel gegeben, um festzustellen, ob beim Atomzerfall Beeinflussung der Atome stattfindet. In der vorliegenden Messung ergab sich  $\varepsilon^2$  zu 1,975, rechnerisch und aus den Experimenten wurde nach Formel (4) gefunden:

$$\varepsilon'^2 = 1,803.$$

Daraus ergibt sich für  $(\varepsilon'^2 - \varepsilon^2)$ :

$$(\varepsilon'^2 - \varepsilon^2) = -0,172. \quad (6)$$

Ein anderes objektives Maß für die Übereinstimmung oder Abweichung zwischen den beobachteten Werten und denen, die nach der Beziehung (3) berechnet wurden, ist der von Lexis<sup>2)</sup> aufgestellte Divergenz- oder Dispersionskoeffizient  $Q^2$ . Sein rechnerischer Ausdruck ist:

$$Q^2 = \frac{\sum_n h_n \cdot n^2}{L} - \bar{n}, \quad (7)$$

worin  $h_n$  die Häufigkeit jeder einzelnen Gruppe, wenn  $n$  die Reihe der ganzen Zahlen durchläuft,  $\bar{n}$  die mittlere Besetzungszahl des Zeitintervalls und  $L$  die gesamten zur Auswertung benutzten Teilchen bedeuten. Aus der Größe dieses Koeffizienten läßt sich auf die experimentelle Gültigkeit der Poissonschen Formel (3) schließen. Ist nämlich  $Q^2 = 1$ , so ist vollständige Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment vorhanden. Aus den vorliegenden Meßreihen wurde  $Q^2$  zu 0,913 bestimmt. Zwischen der berechneten und der gemessenen Kurve bestände demnach, da  $Q^2 < 1$ , eine unternormale Dispersion.

Das aus der Messung gewonnene Zahlenmaterial läßt sich noch auf eine zweite Art auswerten. Es wurden die zeitlichen Abstände zweier Teilchen bestimmt, dann die Abstände in Größenklassen eingeteilt, geordnet, und die Häufigkeit jeder einzelnen Größenklasse festgestellt. Zur Auswertung gelangten die zeitlichen Abstände von 9438  $\alpha$ -Teilchen,  $l = \Sigma h$

<sup>1)</sup> K. W. F. Kohlrausch, *Ergebn. d. exakten Naturwiss.* (5), S. 192.

<sup>2)</sup> Lexis, *Zur Theorie der Massenerscheinungen in der menschlichen Gesellschaft*. Freiburg i. Br. 1877.

= 9438. Die gesamte Meßdauer betrug  $T = 19442$  Minuten. Unter diesen 9438 Zeitabständen kam es z. B. 3548 mal vor, daß der Abstand zwischen Null und 1 Minute lag, 2390 mal dauerte es länger als 1 Minute, aber kürzer als 2 Minuten, daß ein zweites  $\alpha$ -Teilchen auftrat, usw. Aus der Wahrscheinlichkeitsrechnung ergibt sich rechnerisch für die Wahrscheinlichkeit, daß der zeitliche Abstand zweier  $\alpha$ -Teilchen zwischen  $t$  und  $t + dt$  liegt, der Ausdruck:

$$w(t) dt = \frac{1}{t} e^{-\frac{t}{\bar{t}}} dt. \quad (8)$$

Die Wahrscheinlichkeit, daß der Abstand von  $l = \Sigma h$ -Teilchen zwischen  $t$  und  $t + dt$  liegt, drückt sich dann aus durch

$$l w(t) dt = \frac{l}{t} e^{-\frac{t}{\bar{t}}} dt. \quad (9)$$

Diese Formel läßt sich dann auf einen tatsächlichen Zerfallsprozeß anwenden, wenn der aus den Messungen gefundene mittlere Abstand  $\bar{t}$  eingesetzt wird; er betrug  $\bar{t} = 2,059$  Minuten. Nach der Beziehung (9) lassen sich also die Werte, die den gemessenen entsprechen, berechnen. In der Fig. 3 sind die gefundenen Werte eingetragen, und zwar als Ordinate die Häufigkeit der Zeitabstände, als Abszisse die Zeitabstände selbst. Die ausgezogene Kurve zeigt die berechneten Werte, die gemessenen sind wieder durch Kreuze angedeutet.

Jede Apparatur hat ein begrenztes Auflösungsvermögen, einige Teilchen entgehen immer der Beobachtung. Um das Auflösungsvermögen der benutzten Apparatur genau kennenzulernen, wurden folgende Messungen vorgenommen. Damit keine Fehler durch Teilchen auftreten konnten, wurde die Kammer an das Potential 0 gelegt. Nun wurde eine bestimmte Ladung influenziert, nach einer bestimmten Zeit eine zweite gleichgroße, usw. Der Ausschlag des Elektrometers wurde so groß bemessen, daß er dem Ausschlag eines Teilchens von mittlerer Energie gleichkam. Hierdurch konnte festgestellt werden, daß ein Abstand von 3 Sekunden genügte, um zwei  $\alpha$ -Teilchen noch als zwei erkennen zu können. Nach 10 Sekunden war das Elektrometer völlig zur Ruhe gekommen. Nun wurde eine doppelt so große Ladung influenziert, der Ausschlag des Elektrometers war größer als der

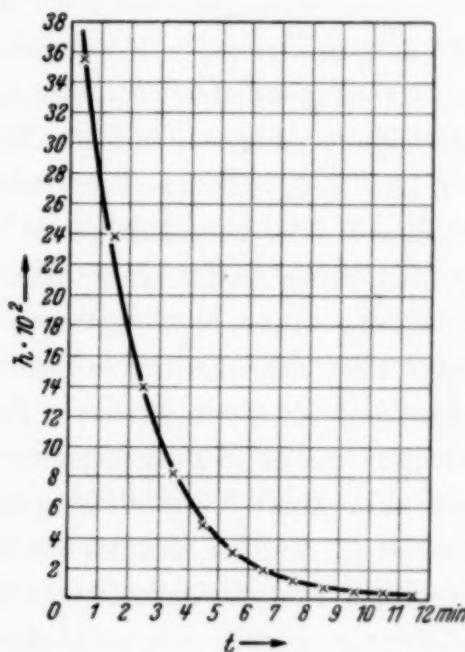


Fig. 3. Unter  $l = \Sigma h$  Zeitabständen kam es  $h$  mal vor, daß zwei Teilchen  $t$  Minuten auseinanderlagen.

von irgendeinem in der Messung vorgekommenen Teilchen. Es genügten wieder 3 Sekunden, um zwei Teilchen unterscheiden zu können. Die Stoßgrößen ließen sich demnach bei dem benutzten System und einer Empfindlichkeit von 14000 E.-Q. gut ausmessen, wenn zwei  $\alpha$ -Teilchen mehr als 10 Sekunden auseinanderlagen, dagegen genügten zur bloßen Feststellung 3 Sekunden.

*4. Diskussion der Messungen und Fehlerbetrachtungen.* Im Vergleich zu den Messungen anderer Autoren, ist in der vorliegenden Arbeit als Wichtigstes neu hinzugekommen, daß als Ionisationsgefäß eine Kugelkammer benutzt wurde. Kein kleiner Raumwinkel wurde dadurch ausgeblendet. Ein einziges Mal ist von Kohlrausch und Schweidler<sup>1)</sup> der Versuch gemacht worden, ohne Ausblendung eines kleinen Strahlenbüschels Messungen vorzunehmen. Diese Messungen seien aber, wie Kohlrausch<sup>2)</sup> selbst bemerkt, nicht über das qualitative Stadium hinausgekommen. Es ist nämlich zu prüfen, ob für die registrierten Schwankungen des Atomzerfalls letzterer als einzige Ursache in Frage kommt. Da in dem besprochenen Versuchsaufbau eine sehr kurze Verbindung zwischen Auffänger und Elektrometersystem hergestellt werden konnte, die außerdem in einem fast luftleeren Raum verlief, waren von außen kaum Störungen zu erwarten. Um nun auch die Richtungsauswahl auszuschließen, wurde eine Kugelkammer verwendet, die auch wegen der geringen Teilchenzahl benutzt werden konnte. Die Richtung nämlich, in der ein Atom ein  $\alpha$ -Teilchen aussendet, kann von sehr vielen Momenten abhängen, so daß vorerst die Richtungsauswahl nicht als rein zufällig angesprochen werden kann. Wenn ein Atom ein anderes zum Zerfall anregen würde, der Zerfall nicht statistisch wäre, so würde bei der Ausblendung trotzdem eine Übereinstimmung mit der Theorie erhalten werden können. Wird eine Übereinstimmung der Messung mit den berechneten Werten gefunden, so ist damit nur bewiesen, daß die Richtung der ausgesandten Teilchen rein zufällig ist. Damit ist noch nicht bewiesen, ob das Primäre, der Atomzerfall, rein zufällig geschieht. Um nun die Richtungswahl fast vollkommen auszuschalten, wurde eine Kugelkammer, wie sie im Abschnitt 2 beschrieben worden ist, verwendet.

Als Präparat wurde, wie schon erwähnt, die Verseuchung der Kammeroberfläche benutzt. In der Kammer war daher keine einheitliche radioaktive Substanz vorhanden, denn die Verseuchung röhrt im allgemeinen nicht von einer einheitlichen Substanz her. In der Fig. 4 treten auch zwei verschiedene  $\alpha$ -Teilchengrößen, die aus verschiedenen Substanzen stammen

<sup>1)</sup> K. W. F. Kohlrausch u. E. Schweidler, Phys. ZS. **13**, 11, 1912. —

<sup>2)</sup> K. W. F. Kohlrausch, Ergebn. d. exakten Naturwiss. (5), S. 192.

müssen, deutlich hervor. Wird angenommen, der radioaktive Zerfall hätte statistischen Charakter, so müßte als Endergebnis, welches durch das Zusammenwirken mehrerer Substanzen entsteht, das in dieser Arbeit gemessen wurde, eine zusammengesetzte Wahrscheinlichkeit in Erscheinung treten, nach dem Satz über vollständige Wahrscheinlichkeiten; die theoretischen Werte müssen auch mit den gemessenen übereinstimmen. Wenn also der Zerfall einer einheitlichen Substanz statistisch ist, so hat auch der Zerfall von mehreren zusammenwirkenden Substanzen statistischen Charakter. Oder umgekehrt, stimmen die gemessenen Werte, die aus dem Atomzerfall von mehreren verschiedenen Substanzen gewonnen wurden, mit den errechneten hinreichend überein, so ist der Zerfall jeder einzelnen Substanz auch statistisch. Zeigen sich Abweichungen, die auf eine gegenseitige Beeinflussung schließen lassen, so kann diese Beeinflussung auf verschiedene Weise geschehen. Entweder ein zerfallendes Atom regt ein anderes derselben Substanz zum Zerfall an, oder es beeinflußt ein Atom eines anderen noch im Material vorhandenen Stoffes, oder beides geschieht. Um dann auf gegenseitige Beeinflussung der Atome eines einheitlichen Stoffes schließen zu können, wären weitere Untersuchungen notwendig.

Die Übereinstimmung der gemessenen und der berechneten Kurve *a* in der Fig. 2 kann als durchaus zufriedenstellend angesprochen werden. Wird eine Urnenziehung vorgenommen, die sich mit dem hier gegebenen Fall vergleichen läßt, also ein Versuch angestellt, der rein statistischen Charakter hat, so zeigen diese Kurven, die in dem Aufsatz von Kohlrausch<sup>1)</sup> dargestellt sind, auch keine bessere Übereinstimmung. Eine vollständige Übereinstimmung läßt sich, wegen der begrenzten Versuchsreihen, praktisch nicht erreichen. Die Abweichungen liegen in den Grenzen, die durch endliche Teilchenzahl und durch Meßfehler gegeben sind. Vor allem ist hervorzuheben, daß keine prinzipiellen Abweichungen auftreten, wie ein Vergleich der Kurve *a* und *b* ergibt. Prinzipielle Abweichungen müßten mit steigender Teilchenzahl zunehmen, wovon aber im vorliegenden Falle nicht gesprochen werden kann. Aus dem Kurvenbild läßt sich also roh schließen, daß der Zerfall der Substanzen, die in dem Kammermaterial vorhanden waren, statistischen Charakter hat.

Der Dispersionskoeffizient, der rechnerisch den Übereinstimmungsgrad zweier Reihen angibt, ergab den Wert 0,913. Zwischen berechneter und gemessener Kurve bestände demnach eine unternormale Dispersion. Gegen vollständige Übereinstimmung, Dispersionskoeffizient gleich 1, ist ein

<sup>1)</sup> K. W. F. Kohlrausch, *Ergebn. d. exakten Naturwiss.* (5), S. 192.

Unterschied von 0,087 vorhanden. Dieser Unterschied reicht nicht aus, um von gegenseitiger Beeinflussung zu sprechen. Wird berücksichtigt, daß 1. genaue Übereinstimmung durch die begrenzte Teilchenzahl nicht zu erwarten ist, 2. jede Apparatur ein begrenztes Auflösungsvermögen hat, 3. bei der Auswertung Teilchen übersehen werden, so ist eine einigermaßen genaue Übereinstimmung nicht zu leugnen.

Die Differenz aus der gemessenen mittleren Schwankung und der berechneten ergab einen Wert von  $\varepsilon'^2 - \varepsilon^2 = -0,172$ . Die mittlere Schwankung der beobachteten Werte ist demnach kleiner, als nach der Theorie zu erwarten wäre. Die gemessene Kurve verläuft also steiler als die berechnete. Die Fehler, die bei der Diskussion des Dispersionskoeffizienten genannt wurden, bedingen auch bei der mittleren Schwankung die Abweichungen.

Nach der Theorie der Beobachtungsfehler ist der zwischen Theorie und Beobachtung zu erwartende Fehler gegeben durch:

$$M(\varepsilon^2) = \sqrt{\frac{1}{l}(2\bar{n}^2 + \bar{n})}. \quad (10)$$

$\bar{n}$  war aus den Messungen zu 1,975 bestimmt worden und  $l$  zu 5572. Nach dieser Formel ergibt sich  $M(\varepsilon^2) = 0,0422$ . Der festgestellte Unterschied der mittleren Schwankungen ist aber noch größer, als dieser immer vorhandene Fehler zwischen Rechnung und Beobachtung, der Unterschied betrug 0,172. Aber das begrenzte Auflösungsvermögen der Apparatur muß noch berücksichtigt werden. Nach der Formel (8) kann die Wahrscheinlichkeit dafür ausgerechnet werden, daß zwei Teilchen einen so geringen Abstand voneinander haben, daß sie nicht mehr als zwei erkannt werden können. Dieser Abstand wurde, wie berichtet, zu 3 Sekunden bestimmt. Es ergibt sich für die Wahrscheinlichkeit, daß der Abstand zweier Teilchen zwischen 0 und 3 Sekunden liegt, sie also nicht getrennt werden können, 0,024, d. h. von 100 Teilchen werden 2,4 nicht gezählt. Es sind demnach von 10761 Teilchen 258 nicht gezählt worden. Diese 258 Teilchen verteilen sich naturgemäß mehr auf die Intervalle, deren Besetzungszahl weiter von der mittleren Besetzungszahl entfernt liegt. Werden beide eben besprochenen Fehler zusammengenommen, so läßt sich sagen, daß die mittlere Schwankung, ebenso wie der Dispersionskoeffizient, die beide zu klein gemessen wurden, mit den berechneten Werten übereinstimmen.

In der Fig. 3, die zwei Kurven darstellt, welche nach anderen Gesichtspunkten aus den Registrierungen bzw. der Theorie gewonnen wurden, ist ein fast völliges Übereinstimmen der berechneten Punkte mit den ge-

messenen festzustellen. Nur sehr kleine Abweichungen sind vorhanden, die aber auch innerhalb der Fehlergrenzen liegen.

Zusammenfassend ist festzustellen, daß das Zerfallsgesetz durchaus statistischen Charakter hat, jedenfalls der Zerfall der Stoffe, die in diesen Messungen benutzt wurden. Auch durch das Zusammenwirken mehrerer radioaktiver Substanzen wird der statistische Charakter nicht gestört. Schweidlersche Schwankungen treten auch beim Zusammenwirken der Teilchen aus verschiedenen Stoffen auf, und diese Schwankungen genügen statistischen Gesetzen, denn eine etwaige Richtungsbevorzugung wurde zum großen Teil durch die Kugelkammer ausgeschaltet.

*5. Vergleich der Ergebnisse mit denen anderer Autoren.* Wie schon erwähnt, sind bei sämtlichen bisherigen Messungen starke Präparate benutzt worden, ein kleiner Raumwinkel wurde ebenfalls ausgeblendet, damit die Richtungswahl nicht ausgeschlossen. Die Messungen von Rutherford und Geiger<sup>1)</sup> sind von Kohlrausch<sup>2)</sup> diskutiert worden. Vier Meßreihen wurden zu einer zusammengezogen und so wurden insgesamt 2608 Zeitintervalle von  $1/8$  Minute erhalten. Diese Meßergebnisse zeigten auch eine Übereinstimmung innerhalb der Fehlergrenzen. Die Ergebnisse der vier Meßreihen zeigt die folgende Tabelle, diejenigen dieser Arbeit sind in der Zeile V eingetragen.

	1	$\bar{n}$	$\varepsilon'^2$	$\varepsilon'^2 - \varepsilon^2$	$\varepsilon^2$	$Q^2$
I	792	4,014	3,843	- 0,171	4,014	0,958
II	586	3,918	3,770	- 0,148	3,918	0,963
III	632	3,755	3,680	- 0,075	3,755	0,979
IV	588	3,760	3,448	- 0,312	3,760	0,918
V	5572	1,975	1,803	- 0,172	1,975	0,913

Eine gute Übereinstimmung ist festzustellen. Auffallend ist, daß die mittlere Schwankungsdifferenz stets kleiner als 0 ist, und der Dispersionskoeffizient stets kleiner als 1. Dies liegt, glaube ich, immer an dem begrenzten Auflösungsvermögen der Apparaturen bzw. bei der Szintillationsmethode an dem Übersehen einiger Teilchen. Die mittlere Schwankung der eigenen Messungen stimmt gut mit der von Kohlrausch diskutierten überein, zu deren Berechnung die größte Zahl von Intervallen benutzt wurde.

In dem erwähnten Aufsatz von Kohlrausch werden auch Kurven diskutiert, die durch die zweite Auswertungsmethode gewonnen wurden.

<sup>1)</sup> E. Rutherford u. H. Geiger, Philos. Magaz. (6) **20**, 698, 1910. —

<sup>2)</sup> K. W. F. Kohlrausch, Ergebn. d. exakten Naturwiss. (5), S. 192.

Marsden und Barret<sup>1)</sup> haben die Messungen dazu vorgenommen. Auch wie bei den eigenen Messungen stimmen hier die gemessenen und berechneten Punkte besser überein, als in den nach der ersten Auswertungsart gewonnenen Kurven.

Neuere Messungen sind von Kuntzner<sup>2)</sup> vorgenommen worden. Auch er blendete einen Winkel aus und schließt, da sich der Dispersionskoeffizient stets kleiner als 1 ergibt, auf gegenseitige Beeinflussung der zerfallenden Atome. Er hat auch festgestellt, daß mit dem Abklingen des Präparates eine bessere Übereinstimmung hervortritt. Beides läßt sich aus dem begrenzten Auflösungsvermögen der Apparatur erklären. In der Tabelle 2 der Kuntznerschen Arbeit ist nämlich deutlich sichtbar, daß bei geringerer Teilchenzahl pro Stunde die Übereinstimmung besser ist als bei größerer Teilchenzahl.

Die von Kohlrausch beschriebenen Arbeiten zeigen, daß Theorie und Experiment im Falle des Atomzerfalles übereinstimmen, wenn ein kleiner Raumwinkel ausgeblendet wird. In der vorliegenden Arbeit ist auch Übereinstimmung ohne Ausblendung festgestellt worden. Ganz allgemein gilt demnach, daß die Zufälligkeit immer besteht, unabhängig von der Richtung der ausgesandten Teilchen und vom Präparat. Die Einschränkung, ob auch bei aktiven Substanzen mit kurzer Halbwertszeit von einer Richtungsunabhängigkeit gesprochen werden kann, besteht allerdings noch. In der vorliegenden Arbeit konnte dies nicht untersucht werden, hierfür wird sich die Methode der Einzelbeobachtungen nicht anwenden lassen, es muß wahrscheinlich zur Methode der Massenbeobachtungen übergegangen werden.

*6. Stoßgrößenverteilungen in Ionisationskammern.* In der Eisenkammer wurde gleichzeitig mit den statistischen Schwankungen die Stoßgrößenverteilung aufgenommen. Das Elektrometer gestattete dies und außerdem war es notwendig, um die verschiedenen Substanzen in der Kammer genauer kennenzulernen. Im Gegensatz zu den Arbeiten von Ziegert<sup>3)</sup> und Diek<sup>4)</sup> wurden in dieser Arbeit Kugelkammern benutzt, in denen die Luft etwa 2 Jahre gealtert war. Es wurden, wie schon erwähnt, zwei Ionisationsgefäße aus Kupfer bzw. aus Eisen verwendet, deren Bauart im Abschnitt 2 beschrieben worden ist. Um Unterschiede zwischen alter und frischer Luft feststellen zu können, wurde die Kupferkammer, nachdem eine genügende Anzahl Teilchen gemessen waren, geöffnet, mehrmals mit frischer Luft

<sup>1)</sup> E. Marsden u. T. Barret, Proc. Phys. Soc. London **23**, 367, 1911. —

<sup>2)</sup> W. Kuntzner, ZS. f. Phys. **21**, 281, 1924. — <sup>3)</sup> H. Ziegert, ebenda **46**,

668, 1928. — <sup>4)</sup> G. Diek, ebenda **90**, 71, 1934.

durchspült, und dann wieder die Stoßgrößenverteilung ermittelt. In den Kammern herrschte Normaldruck. Die Schaltung war dieselbe wie bei den obigen Untersuchungen.

Da es sich bei dieser Messung wieder um Statistiken handelte, mußten die von Ziegert<sup>1)</sup> erwähnten Forderungen erfüllt sein. In dieser Versuchsreihe wurden zu jeder Kurve über 4000 Teilchen verwandt, so daß die erste Forderung erfüllt war. Es wurden weiter Gruppen von 10 zu 10000 Ionen gebildet. Um eine objektive Stoßgrößenmessung zu gewinnen, wurde eine Spezialmaschine benutzt, die von Hoffmann<sup>2)</sup> beschrieben worden ist.

Zuerst wurde die Stoßgrößenverteilung der Verseuchungsteilchen der Eisenkammer gemessen. Das Ergebnis zeigt die Fig. 4.

Als Abszisse sind die erzeugten Ionenmengen aufgetragen, als Ordinate die Stoßgrößen pro Stunde. Zur Auswertung gelangten 5359  $\alpha$ -Teilchen. An der Kammer lag eine Spannung von 550 Volt, so daß ein ziemlich hoher Sättigungsgrad erreicht war, wie auch eine zur Kontrolle aufgenommene Sättigungskurve zeigte. Drei Maxima erscheinen im Kurvenbild, ein kleines Maximum bei 35000 Ionen, das stärkste bei 95000 und wieder ein schwächeres bei 185000 Ionen. Das Maximum bei 95000 Ionen ist dem  $U_I$  zuzuschreiben. Infolge nicht vollständiger Sättigung liegt es, wie Diek<sup>3)</sup> gezeigt hat, um 10000 Quanten zu niedrig. Ein zweites Maximum tritt bei 185000 Ionen deutlich hervor. Es entspräche einem  $\alpha$ -Strahler, der Teilchen aussendet, die 185000 Ionenpaare erzeugen. Wahrscheinlich handelt es sich um einen aktiven Stoff der Thoriumreihe.

Die Stoßgrößenverteilung der Kupferkammer wurde dann aufgenommen. An der Kammer lagen 275 Volt. Es war auch hier gute Sättigung vorhanden. Zur Aufstellung dieser Verteilungskurve der Fig. 5 fanden 4886 Teilchen Verwendung.

Es treten sechs Maxima hervor, das erste bei 35000, das zweite bei 75000, das dritte bei 95000, das vierte bei 115000, das fünfte bei 145000,

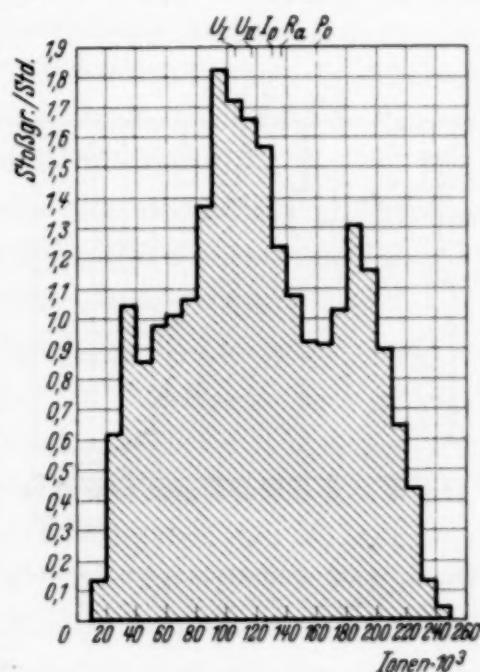


Fig. 4. Stoßgrößenverteilung in der Eisenkammer.

<sup>1)</sup> H. Ziegert, ZS. f. Phys. **46**, 668, 1928. — <sup>2)</sup> G. Hoffmann, Phys. ZS. **28**, 729, 1927. — <sup>3)</sup> G. Diek, ZS. f. Phys. **90**, 71, 1934.

schließlich das sechste bei 165000 Ionen. Sie heben sich mehr oder weniger aus dem allgemeinen ziemlich hohen Grundniveau heraus. Die Kupferkammer zeigt zuerst dieselben Maxima wie die Eisenkammer, das Maximum bei 35000 Ionen ist in besonderer Stärke vorhanden, dann tritt auch das bei 95000 Ionen auf und auch das bei 185000 Ionen scheint leicht angedeutet zu sein. Neu hinzu kommt eines bei 115000 Ionen, welches dem  $U_{II}$  zuzuordnen ist, außerdem ist ein kleineres Maximum bei 145000 Ionen dem Po zuzuschreiben. Ein weiteres Maximum ist bei 75000 Ionen vorhanden,

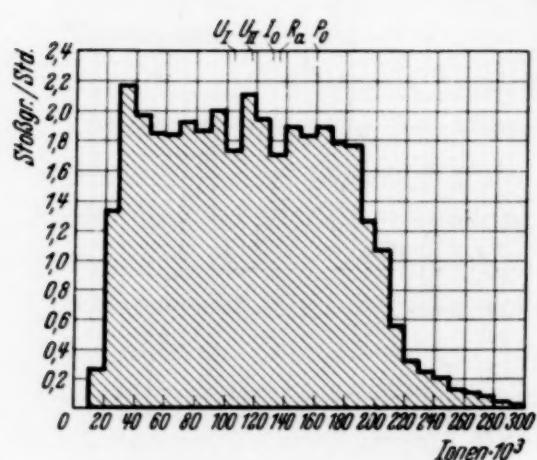


Fig. 5. Stoßgrößenverteilung der Kupferkammer mit alter Luft.

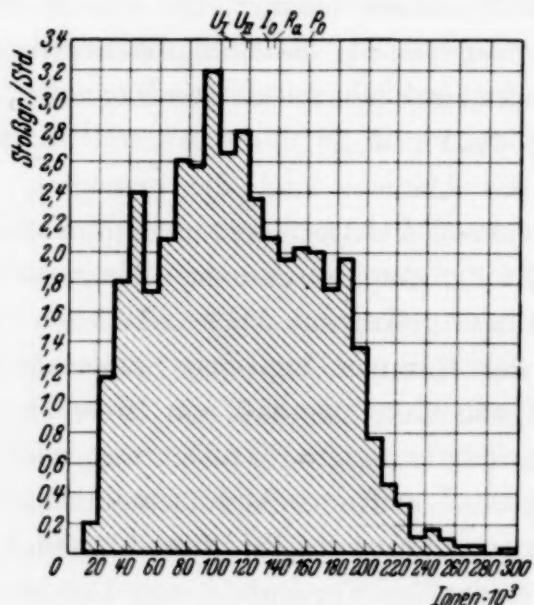


Fig. 6. Stoßgrößenverteilung der Kupferkammer mit frischer Luft.

welches man einem neuen von Diek<sup>1)</sup> gefundenen Strahler zuschreiben kann. Bei Diek trat es bei 85000 Ionen auf, er benutzte aber eine höhere Kammerspannung.

Nachdem die Messungen mit alter Luft beendet waren, wurde die Kupferkammer mit frischer Luft gefüllt und wieder verschlossen. Allerdings zerbrach hierbei der Quarzisolator, so daß zuerst Institutsluft eindrang. Zu dieser Verteilungskurve der Kammer mit frischer Luft, die in der Fig. 6 dargestellt ist, wurden 4146 Teilchen benutzt. Die Kammerspannung betrug wieder 275 Volt.

Auch in dieser Verteilungskurve sind sechs Maxima zu erkennen, bei 45000, 75000, 95000, 115000, 160000 und 185000 Ionen. In der Kammer mit alter Luft traten 35,7, in der mit frischer Luft 40,8 Teilchen pro Stunde auf.

<sup>1)</sup> G. Diek, ZS. f. Phys. **90**, 71, 1934.

Werden die Kurven der beiden Kammern mit alter Luft, also die Fig. 4 und 5, verglichen, so ist zu erkennen, daß die Maxima der Eisenkammer viel stärker ausgeprägt sind als die der Kupferkammer. In der letzteren ist demnach eine stärkere Tiefenstrahlung vorhanden. Da aber sechs Maxima vorhanden sind, überdecken sich diese auch bedeutend mehr. Reell sind diese Maxima, denn in einer Verteilungskurve, wozu nur die halbe Anzahl Einzeleffekte benutzt wurden, traten alle schon deutlich hervor. Werden die Fig. 5 und 6 verglichen, also die Stoßgrößenverteilung in der Kupferkammer mit alter Luft und die in derselben Kammer mit frischer Luft, so fällt zuerst auf, daß sich der außerordentlichen Tiefenstrahlung jetzt eine stärkere Oberflächenstrahlung aufprägt, denn die Maxima treten in der Fig. 6 stärker hervor. Außerdem hat mit der frischen Luft der Verseuchungsgrad stark zugenommen, die Teilchenzahl pro Stunde stieg von 35,7 auf 40,8. Allgemein läßt sich daraus erkennen, daß die Verseuchung mit der Zeit abnimmt und daß eine allgemeine Ausgleichung der einzelnen Strahler eintritt, denn fast sämtliche Maxima sind wieder vorhanden, sie treten nur in verschiedener Stärke wieder hervor.

Stoßgrößenverteilungskurven sind in größerem Umfang von Diek<sup>1)</sup> aufgenommen worden. Er hat Verteilungen in Kugelkammern von verschiedenem Material, bei verschiedenen Drucken, Gas und verschiedener Spannung gemessen. Die Maxima bei 95000, 115000 und 145000 Ionen sind auch bei ihm zu beobachten. Diek hat nun angenommen, daß die Maxima, die Teilchen entsprechen, welche mehr als 145000 Ionen erzeugen, doppelten vom Elektrometer nicht mehr aufgelösten Stößen zuzuordnen sind. Diese Annahme scheint nicht immer gerechtfertigt zu sein, denn in allen in dieser Messung erhaltenen Verteilungskurven tritt ein Maximum bei 185000 Ionen auf, dessen prozentualer Anteil so groß ist, daß er oberhalb der Fehlergrenzen liegt. Daß von Diek gefundene Maximum bei 65000 Ionen konnte in keiner Kammer festgestellt werden. Es muß demnach einem Strahler mit kurzer Halbwertszeit zuzuordnen sein. Außerdem muß es sich um Beimengungen im Kupfer handeln; denn auch durch frische Luft tritt er nicht in Erscheinung. Das von Diek bei 85000 Ionen gefundene Maximum trat bei 75000 Ionen auf, und zwar nur in der Kupferkammer. Die Annahme von Diek, daß es sich um eine Eigenstrahlung des Kupfers handelt, scheint dadurch bestätigt zu werden. Mit frischer Luft nimmt dieses Maximum auch nicht in demselben Maße zu, wie z. B. das bei 95000 Ionen. Auch Diek hatte bei kleinen Ionenmengen, nämlich bei 25000 bzw. in  $\text{CO}_2$  bei

<sup>1)</sup> G. Diek, ZS. f. Phys. **90**, 71, 1934.

35000 Ionen, ein Maximum gefunden, das von der Kamerspannung unabhängig war. In der vorliegenden Arbeit erscheint es in den Kammern mit alter Luft bei 35000, in der mit frischer Luft bei 45000 Ionen. Auffallend ist, daß sich die Stärke durch frische Luft kaum geändert hat. Diek nimmt an, daß es sich um Kernprozesse handelt, die in den Gasen ausgelöst werden und in ihrer Energie durch die Natur des Gases bestimmt sind; meiner Ansicht nach handelt es sich um einen zum Teil psychologisch bedingten Auswertungsfehler.

**7. Zusammenfassung.** Es wird experimentell nachgeprüft, ob die Schwankungen des radioaktiven Zerfalls mit den Schwankungen übereinstimmen, die von der Wahrscheinlichkeitsrechnung berechnet worden sind, ob das Zerfallsgesetz statistischen Charakter hat oder nicht. Zur Messung wird eine Kugelkammer benutzt, so daß die Zufälligkeit der Richtung eines ausgesandten  $\alpha$ -Teilchens weitgehend ausgeschlossen ist. Eine nach bestimmten Gesichtspunkten aufgestellte Kurve zeigt eine weitgehende Übereinstimmung zwischen berechneten und gemessenen Werten. Dann wird der Dispersionskoeffizient bestimmt. Er ergibt sich zu 0,913. Ebenfalls wird die mittlere Schwankung aus den Messungen berechnet und mit der rechnerisch gefundenen verglichen. Durch Fehlerbetrachtungen wird nachgewiesen, daß die Abweichungen innerhalb der Fehlergrenzen liegen. Eine zweite Kurve zeigt fast vollständige Übereinstimmung zwischen den gemessenen und den nach der Langevinschen Formel berechneten Werten. Es wird daraus auf die Gültigkeit der Zufallsnatur des Zerfalls geschlossen, auch wenn die Teilchen verschiedener Substanzen zusammen auftreten.

Dann wird die Verteilung der Verseuchungsteilchen in zwei aus Eisen und Kupfer bestehenden Kugelkammern aufgenommen. Dabei ergibt ein Vergleich mit Messungen von Diek, daß ein von ihm gefundener  $\alpha$ -Strahler auch hier auftritt, während ein anderer nicht vorhanden ist.

Herrn Professor Dr. G. Hoffmann, Leipzig, habe ich für die Anregung zu dieser Arbeit und für sein ständiges Interesse sehr zu danken. Herrn Privatdozenten Dr. H. Pose bin ich für seine Unterstützung zu großem Dank verpflichtet. Herrn Professor Dr. Krüger, Greifswald, danke ich für die Überlassung eines Hoffmannschen Elektrometers.

*Halle a. d. Saale, Institut für Experimentalphysik der Martin-Luther-Universität, im Mai 1937.*

## Weitere Untersuchungen der Dielektrizitätskonstanten von Elektronen enthaltenden Räumen.

Von **S. P. Prasad** und **M. N. Verma** in Patna (Indien).

Mit 4 Abbildungen. (Eingegangen am 5. Juni 1937.)

Im Anschluß an eine frühere Arbeit werden der Einfluß der Verweilzeit und der Größe der Hochfrequenzspannung auf die Dielektrizitätskonstante von Elektronen enthaltenden Räumen untersucht. Die Ergebnisse werden im Zusammenhang mit den früheren diskutiert.

*Zusammenfassung einer früheren Arbeit.* In einer früheren Arbeit<sup>1)</sup> wurden Versuchsergebnisse mitgeteilt, die Änderungen der Dielektrizitätskonstanten (DK) solcher Elektronen enthaltender Räume betrafen, die von einer hochfrequent wechselnden elektrischen Spannung beeinflußt wurden. Dabei wurde eine Überlagerungsmethode benutzt. Als Versuchskondensator dienten Schirmgitter und Anode einer Philips-Schirmgitterröhre A 442; die Kapazität dieses Kondensators wurde gemessen mit und ohne Elektronen zwischen den „Platten“. Die damals gefundenen Ergebnisse waren:

1. Bei konstanter Wellenlänge der Hochfrequenz verringerte sich die DK mit wachsender Elektronenkonzentration und strebte einer Grenze zu.
2. Bei konstanter Elektronenkonzentration zwischen den Kondensatorplatten verringerte sich die DK mit wachsender Wellenlänge und strebte auch einer Grenze zu.

Unsere Versuchsergebnisse konnten quantitativ nicht erklärt werden durch die einfache Larmor-Theorie, und so wurde eine etwas modifizierte Formel angegeben. Um unsere Ergebnisse zu erklären, hatten wir einerseits anzunehmen, daß die Zeit, während der ein Elektron sich zwischen den Kondensatorplatten befindet, eine wichtige Rolle bei der Reduktion der DK spielt. Bei den Versuchen wurde andererseits beobachtet, daß die Kapazität selbst bei konstanter Frequenz und bei konstanter Elektronenkonzentration sich dadurch änderte, daß die Stärke der Hochfrequenzspannung schwankte.

Die Versuche wurden weitergeführt, um diese zwei Punkte zu klären. Die vorliegende Veröffentlichung, in der wir die Ergebnisse mitteilen, kann als Fortsetzung jener früheren angesehen werden.

<sup>1)</sup> S. P. Prasad u. M. N. Verma, ZS. f. Phys. **99**, 552, 1936.

*Teil I. Der Einfluß der Verweilzeit der Elektronen im Kondensator auf die Dielektrizitätskonstante.*

Die Versuchsanordnung zeigt Fig. 1. Es ist dieselbe wie bei unseren früheren Messungen, nur mit dem Unterschied, daß eine Batterie *B* hinzugeschaltet wurde, die eine Änderung des Schirmgitterpotentials ermöglicht. Dadurch wird die Geschwindigkeit der Elektronen zwischen Schirmgitter und Anode der Röhre geändert und damit die Verweilzeit der Elektronen.

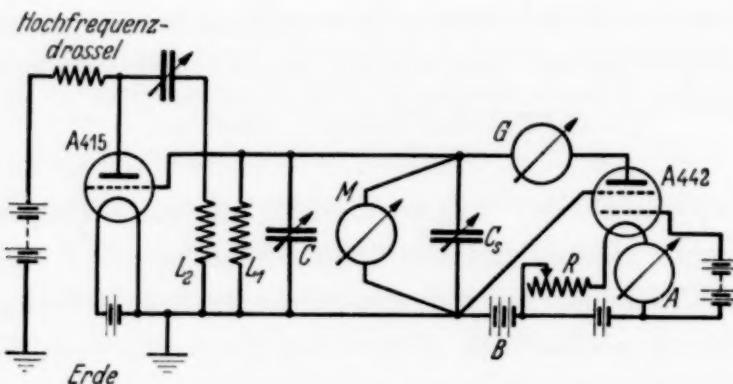


Fig. 1.

Um den Einfluß dieser Verweilzeit der Elektronen allein zu untersuchen, müssen alle anderen Faktoren, die wie Elektronenkonzentration und Frequenz die DK beeinflussen, konstant gehalten werden. Anfänglich wurde beobachtet, daß jede Änderung im Schirmgitterpotential den Anodenstrom (d. h. die Elektronenkonzentration) beeinflußt und so den gesuchten Einfluß überdeckt. Um dieser Schwierigkeit zu entgehen, wurde der Heizstrom mit Hilfe des Widerstandes *R* so eingestellt, daß eine Änderung des Anodenstromes infolge Änderung des Schirmgitterpotentials beseitigt wurde und der durch das Galvanometer *G* angezeigte Anodenstrom während der Versuche unverändert blieb. Auf diese Weise war es möglich, den Einfluß der Aufenthaltsdauer von den anderen Faktoren zu trennen, wie wir weiter unten sehen werden.

In jener früheren Arbeit hatten wir gezeigt, daß die Formel

$$\delta C = \frac{4\pi N e^2 \lambda^2 C A t}{4\pi^2 v^2 m + \alpha 4\pi N e^2 \lambda^2 A t} \quad (1)$$

in Übereinstimmung mit unseren Versuchsergebnissen war. In ihr bedeuten:  $\delta C$  die Änderung der Kapazität *C*, *N* Elektronenkonzentration,  $\lambda$  Wellenlänge der Hochfrequenz, *v* Lichtgeschwindigkeit, *t* Verweilzeit der Elektronen im Kondensator, *e*, *m* Ladung bzw. Masse des Elektrons, *A*,  $\alpha$  Konstanten.

Da zwischen Schirmgitter und Anode kein gleichbleibendes Feld herrscht, können wir die Geschwindigkeit  $u$  der Elektronen als konstant ansehen. Wenn  $d$  der Abstand zwischen Schirmgitter und Anode ist, haben wir  $d = u \cdot t$  und einen Anodenstrom  $N \cdot e \cdot u$  pro Flächeneinheit. Nun setzen wir noch  $N \cdot e \cdot u = i/S$ , worin  $i$  der Anodenstrom und  $S$  die Fläche der Anode ist. Durch Einsetzen dieser Werte erhalten wir

$$\delta C = \frac{4\pi CA \lambda^2 e \cdot N e u \cdot \frac{t}{u}}{4\pi^2 v^2 m + \alpha 4\pi A \lambda^2 e \cdot N e u \cdot \frac{t}{u}} = \frac{4\pi CA \lambda^2 e \frac{i}{S} \cdot \frac{t^2}{d}}{4\pi^2 v^2 m + \alpha 4\pi A \lambda^2 e \frac{i}{S} \cdot \frac{t^2}{d}}$$

$$= \frac{t^2}{\frac{\pi v^2 m d S}{CA \lambda^2 e i} + \frac{\alpha}{C} t^2} = \frac{t^2}{P + Q t^2}, \quad (2)$$

worin

$$P = \frac{\pi v^2 m d S}{CA \lambda^2 e i} \quad \text{und} \quad Q = \frac{\alpha}{C}$$

bedeutet.

So zeigt auch dieser Ausdruck, daß beim Untersuchen der Abhängigkeit des  $\delta C$  von  $t$  sowohl die Wellenlänge  $\lambda$ , der Anodenstrom  $i$  wie auch die Hochfrequenzspannung zwischen den Kondensatorplatten konstant gehalten werden muß, was während der Versuche auch geschah.

Tabelle 1.  $\lambda = 424$  m;  $i = 450 \cdot 10^{-6}$  Amp.;  $V = 18,3$  Volt.

Beschleunigungs- spannung in Volt	$t$ in $10^{-9}$ sec	$\delta C$ in em		
		beob.	ber.	Diff.
4,0	2,75	0,486	0,486	0
5,8	2,3	0,423	0,415	- 0,008
9,8	1,75	0,306	0,304	- 0,002
15,8	1,4	0,225	0,225	0
23,8	1,1	0,135	0,155	+ 0,02
33,4	0,95	0,081	0,120	+ 0,039
40,6	0,88	0,072	0,106	+ 0,034
50,6	0,78	0,063	0,086	+ 0,023

*Experimentelles.* Wie schon gesagt, wurde die Überlagerungsmethode benutzt. Vor jeder Messung wurde das Schirmgitter auf eine positive Spannung und das Steuergitter auf eine so negative gebracht, daß der Raum zwischen Schirmgitter und Anode frei war von Elektronen und ein bestimmter Schwebungston erhalten wurde. Das Potential des Steuergitters wurde dann positiv gemacht, um den Schirmgitter-Anodenraum mit Elek-

tronen zu füllen. Der Überlagerungston änderte sich infolgedessen; und er wurde wieder auf seine ursprüngliche Schwingungszahl gebracht durch Einstellen des Moullin-Luftkondensators  $C_s$ . So wurden durch allmähliches Steigern des Schirmgitterpotentials verschiedene Verweilzeiten erhalten und eine Ablesungsreihe gewonnen. Der am Galvanometer  $G$  ablesbare Anodenstrom  $i$ , die am Moullin-Voltmeter  $M$  ablesbare Hochfrequenzspannung  $V$  und die Wellenlänge  $\lambda$  der Hochfrequenz wurden während der Messung konstant gehalten. Tabelle 1 gibt die Resultate. Fig. 2 zeigt den Zusammenhang zwischen der Kapazitätsänderung und der Verweilzeit der Elektronen zwischen den Kondensatorplatten.

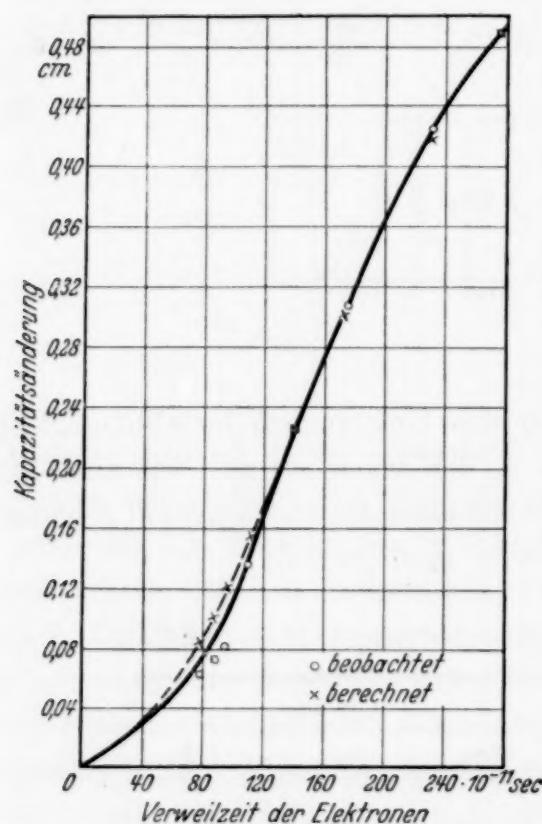


Fig. 2.

aber für kleine Werte voneinander abweichen. Das ist aber deshalb zu erwarten, weil das Messen kleiner Werte von  $\delta C$  im Moullin-Kondensator durch visuelle Schätzung geschehen mußte. So ist die Übereinstimmung gut zu nennen zwischen den beobachteten und den nach unserer Formel berechneten Werten.

Von Benner<sup>1)</sup> wurde eine Formel hergeleitet für den Zusammenhang zwischen der Kapazitätsänderung und der Verweilzeit der Elektronen:

$$\delta C = -\frac{4\pi CN e^2}{mp^2} \left(1 - \frac{\sin pt}{pt}\right),$$

<sup>1)</sup> S. Benner, Ann. d. Phys. (5) 3, 993, 1929.

worin  $p$  die Kreisfrequenz der hochfrequenten Schwingung ist. Nun kann man  $\sin pt$  in die Reihe

$$\frac{pt}{1!} - \frac{p^3 t^3}{3!} + \frac{p^5 t^5}{5!} - + \dots$$

entwickeln. Dann ist

$$1 - \frac{\sin p t}{p t} = \frac{p^2 t^2}{3!},$$

wobei wegen der Kleinheit von  $pt$  die Glieder höheren als zweiten Grades vernachlässigt wurden. Damit erhalten wir aber ein Ergebnis

$$\delta C = - \frac{4 \pi N e^2 C}{m p^2} \frac{p^2 t^2}{3!} = - \frac{4 \pi N e^2 C t^2}{3! m},$$

das unabhängig von  $p$  ist. Demgegenüber zeigen unsere und auch frühere Ergebnisse, daß  $\delta C$  sich mit  $p$  ändert. So zeigt sich Benners Formel als nicht gültig.

## Teil II. Die Abhängigkeit der Dielektrizitätskonstanten von der Größe der Hochfrequenzspannung.

Wie schon gesagt, beobachteten wir bei konstanter Elektronenkonzentration, konstanter Frequenz und konstanter Verweilzeit der Elektronen eine DK-Änderung in Abhängigkeit von der Größe der Hochfrequenzspannung. Unsere Resultate gibt Tabelle 2.

Tabelle 2.  $\lambda = 424$  m;  $i = 415 \cdot 10^{-6}$  Amp.; konstantes Beschleunigungspotential = 4 Volt.

V in Volt	$\delta C$ in $pF$		
	beob.	ber.	Diff.
4,3	0,95	0,95	0,00
5,5	0,75	0,70	- 0,05
7,1	0,41	0,43	+ 0,02
9,2	0,17	0,18	+ 0,01
11,3	0,05	0,05	0,00
12,2	0,04	0,04	0,00
14,4	0,10	0,09	- 0,01
15,8	0,20	0,20	0,00
18,0	0,47	0,47	0,00

In Fig. 3 wurde der Zusammenhang zwischen der beobachteten Kapazitätsänderung  $\delta C$  und der Größe der Hochfrequenzspannung gezeichnet. Die Kurve ist eine Parabel, deren Gleichung lautet:

$$\delta C = 0,035 + 0,014 \cdot (V - 12,4)^2. \quad (3)$$

Die in Tabelle 2, Spalte 3 gegebenen Werte sind auf Grund dieser Gleichung berechnet. Die ausgezeichnete Übereinstimmung zwischen den beobachteten und den berechneten Werten ist ersichtlich.

So weit wie wir die Abhängigkeit der DK von der Größe der Hochfrequenzspannung untersuchten, ist sie noch niemals beobachtet worden. Es gibt auch noch keine theoretische Behandlung dieser Frage, obwohl

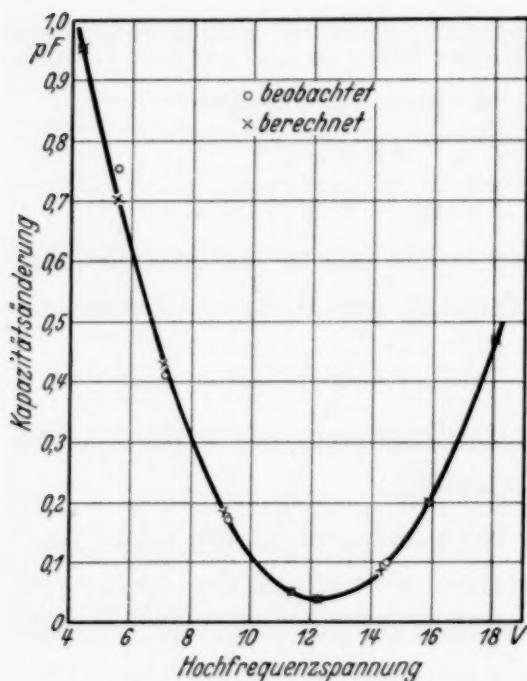


Fig. 3.

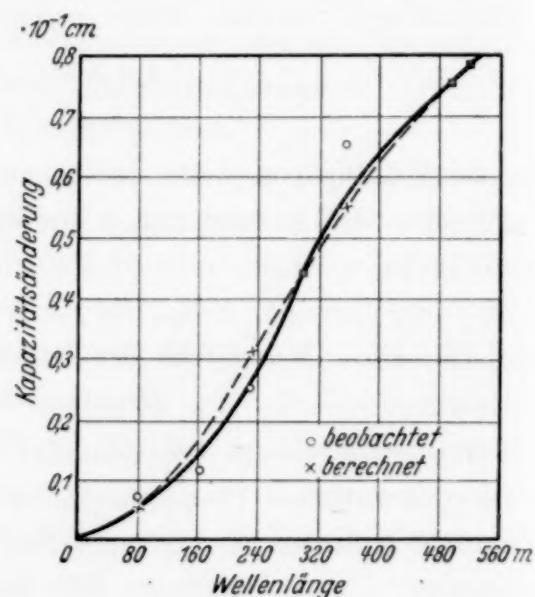


Fig. 4.

Zeleny und Valasek<sup>1)</sup>, sowie Kobeko und Kurtsehatov<sup>2)</sup> bei ihren Arbeiten an Seignette-Salz fanden, daß die Größe der Hochfrequenzspannung die DK des Salzes ändert.

### Teil III. Die Art der Abhängigkeit der Dielektrizitätskonstanten der Elektronenatmosphäre von der Wellenlänge der Hochfrequenzspannung.

Die Spalten 1 und 2 der nachstehenden Tabelle 3 enthalten nochmals die Ergebnisse unserer früheren Arbeit. Damals war ausgeführt worden, daß die beobachteten und die nach unserer Formel berechneten Werte trotz ihrer guten Übereinstimmung bei kleinen Wellenlängen doch bei den größeren beträchtliche Abweichungen zeigen. Die Zahlen wurden daher mit den Ergebnissen der vorliegenden Untersuchung nochmals verglichen.

<sup>1)</sup> A. Zeleny u. I. Valasek, Phys. Rev. **46**, 450, 1934. — <sup>2)</sup> P. Kobeko u. I. Kurtsehatov, ZS. f. Phys. **66**, 192, 1930.

Gleichung (1) kann in der Form geschrieben werden:

$$\delta C = \frac{\lambda^2}{M + N \lambda^2}, \quad (4)$$

worin  $N$  und  $M$  unter den vorliegenden Bedingungen Konstanten sind. Mit Hilfe der Werte der ersten und vierten Zeile der Tabelle 3 wurden  $M$  und  $N$  errechnet und die so gefundenen Werte zur Berechnung bei den anderen Wellenlängen benutzt. Spalte 3 gibt die so gefundenen Zahlen und Fig. 4 zeigt die Veränderung der Kapazität mit der Wellenlänge. Die Übereinstimmung ist gut.

Tabelle 3.  $i = 522 \cdot 10^{-6}$  Amp.;  $t = 4 \cdot 10^{-9}$  sec;  $V = 7$  Volt.

$\lambda$ in m	$\delta C$ in em		
	beob.	ber.	Diff.
520	0,078	0,078	0,00
495	0,076	0,075	— 0,001
355	0,065	0,055	— 0,01
298	0,044	0,044	0,00
232	0,025	0,031	+ 0,006
165	0,011	0,018	+ 0,007
81	0,0076	0,0049	— 0,0027

*Schluß.* Die Resultate unserer früheren und der vorliegenden Veröffentlichung zusammenfassend, sind unsere Ergebnisse:

1. Die DK  $\epsilon$  des Elektronen enthaltenden Raumes nimmt ab
  - mit zunehmender Wellenlänge der Hochfrequenzspannung,
  - mit wachsender Elektronenkonzentration,
  - mit zunehmender Verweilzeit der Elektronen im Kondensator.

In allen drei Fällen strebt die DK einem Grenzwert zu.

Die Beziehung

$$\epsilon = 1 - \frac{4\pi Ne^2 \lambda^2 At}{4\pi^2 v^2 m + \alpha 4\pi Ne^2 \lambda^2 At},$$

in der  $A$  und  $\alpha$  Konstanten bedeuten, ist mit unseren Beobachtungen in besserer Übereinstimmung als der einfache Larmor-Ausdruck.

2. Gemäß der einfachen Formel von Larmor wächst die Verminderung der DK kontinuierlich mit wachsender Elektronenkonzentration und mit wachsender Wellenlänge und kann für große Werte davon die Zahl 1 überschreiten. Die danach möglichen negativen Werte der DK sind physikalisch nur schwer zu erklären<sup>1)</sup>. Demgegenüber zeigen unsere Ergebnisse und die

<sup>1)</sup> L. B. Turner, Wireless, 1931, S. 47. — A. Hund, High frequency measurements, 1. Aufl., S. 37.

von uns vorgeschlagene Formel, daß die Reduktion der DK sich für große Werte von Elektronenkonzentration und Wellenlänge einem Grenzwert nähert und niemals den Wert 1 überschreitet. Mit anderen Worten, die DK eines Elektronen enthaltenden Raumes kann keinen negativen Wert annehmen.

3. Die Verminderung der DK ist abhängig von der Größe der Hochfrequenzspannung und ergibt eine parabolische Beziehung. Diese Abhängigkeit ist unseres Wissens von keinem früheren Experimentator beobachtet worden.

Zum Schluß möchten wir Herrn Prof. Kamta Prosad für viele helfende Ratschläge danken.

*Patna (Indien), Physics Department Science College, 28. April 1937.*

## Der Einfluß der Gitterbindung auf die Bor-K-Linie.

Von **E. Gwinner** und **H. Kiessig** in Stuttgart.

Mit 5 Abbildungen. (Eingegangen am 9. August 1937.)

Von Bor und einigen Borverbindungen wird die Linienform der Bor-K-Linie photometrisch ermittelt und die Halbwertsbreite bestimmt. Für die Wellenlänge 68 Å der Bor-K-Linie wird dabei die Schwärzungskurve der benutzten Plattensorte aufgestellt. Bei den Nichtleitern Boroxyd und Bornitrid werden zu beiden Seiten der Hauptlinie Nebenlinien gefunden mit einem Abstand bis zu 15 e-Volt. Bei reinem Bor, Borcarbid und einigen Boriden treten keine Begleiterlinien mit so großem Abstand auf.

An Graphit, Diamant und einigen Carbiden sind früher in unserem Institut die Kohlenstoff-K-Linien untersucht worden<sup>1)</sup>, wobei starke Bindungseinflüsse festgestellt wurden, die Siegbahn und Magnusson bestätigten<sup>2)</sup>. Es war hiernach zu erwarten, daß auch bei Bor, das Kohlenstoff benachbart ist, ähnliche Einflüsse der Bindung vorhanden sind. Als erste haben Siegbahn und Magnusson<sup>3)</sup> den Einfluß der chemischen Bindung auf die Bor-K-Linie bei Borax und Bornitrid nachgewiesen, während im Gegensatz dazu Hautot<sup>4)</sup> zuerst keinen Unterschied zwischen Borax, Bor und Borsäure fand; in einer späteren Arbeit konnte letzterer jedoch auch bei diesen Verbindungen Unterschiede in der Bor-K-Linie beobachten. Serpe<sup>5)</sup> untersuchte Bor bei verschiedenen Temperaturen und glaubt Unterschiede feststellen zu können. In einer kürzlich erschienenen Arbeit betrachteten Hautot und Serpe<sup>6)</sup> dieses Thema ausführlich.

### *Experimentelles.*

Die Spektren der Borlinien wurden mit dem gleichen Plangitterspektrometer erhalten, mit dem unsere früheren Untersuchungen im ultraweichen Röntgengebiet durchgeführt wurden. Das Gitter hat 600 Striche auf den Millimeter; der Einfallswinkel beträgt  $1\frac{1}{2}^{\circ}$ , die Entfernung der Platte vom Gitter 40 cm. Als Strahlenquelle diente eine Ionenröhre, wobei in der Regel Wasserstoff als Füllgas diente. Die Zerstäubung der Kathode ist dabei

<sup>1)</sup> H. Broili, R. Glocker u. H. Kiessig, ZS. f. Phys. **92**, 27, 1934. —

<sup>2)</sup> M. Siegbahn u. T. Magnusson, ebenda **95**, 133, 1935. — <sup>3)</sup> M. Siegbahn,

u. T. Magnusson, ebenda **87**, 291, 1934. — <sup>4)</sup> A. Hautot, Journ. d. Phys. **5**,

20, 1934; Ann. de Phys., Serie XI, Tome 4, 1, 1935; Compt. rend. **202**, 2139, 1936.

— <sup>5)</sup> M. J. Serpe, C. R. **202**, 1979, 1936. — <sup>6)</sup> A. Hautot u. J. Serpe, Journ. d.

Phys. **8**, 175, 1937.

wesentlich geringer als mit Luftbetrieb. Vor allem wird die Oxydation des Antikathodenmaterials durch den Luftsauerstoff vermieden; allerdings wurde selbst bei gereinigtem Wasserstoff das Auftreten der Sauerstofflinie nicht vollkommen verhindert.

Die Photometrierung der Linien erfolgte mit einem Zeiss-Registriephotoskop. Zur Ermittlung der Intensität aus der Schwärzung wurden mit der Borlinie ( $68 \text{ \AA}$ ) für die benutzten Hauff-Process-Platten Intensitätsmarken hergestellt und ausgemessen. Die erhaltene Schwärzungskurve

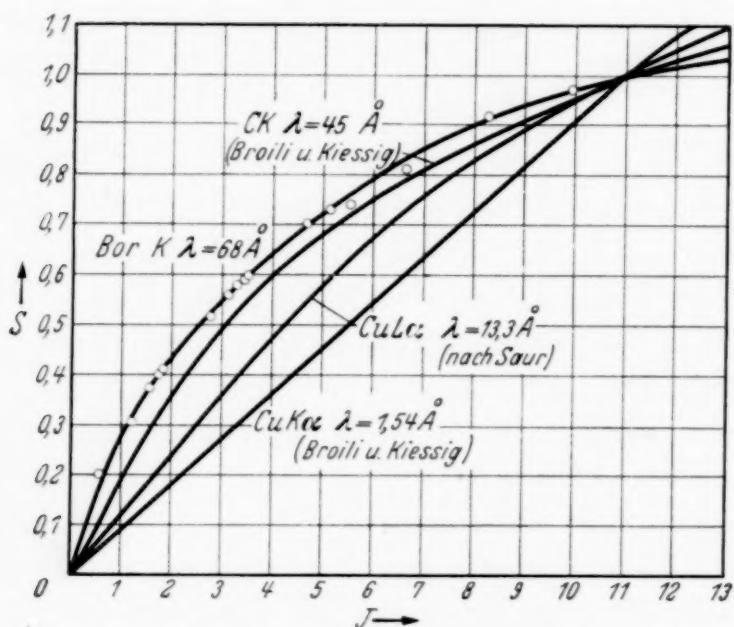


Fig. 1. Schwärzungskurven der Hauff-Process-Platten für die Wellenlängen  $1,54 \text{ \AA}$ ,  $13,3 \text{ \AA}$ ,  $45 \text{ \AA}$  und  $68 \text{ \AA}$ .

ist in Fig. 1 zu den schon früher erhaltenen Schwärzungskurven für  $45$ ,  $13$  und  $1,5 \text{ \AA}$  eingezeichnet<sup>1)</sup>. Sie verläuft noch etwas stärker gekrümmt als die Kurve für die Kohlenstoff-*K*-Strahlung ( $45 \text{ \AA}$ ).

Bei den ultraweichen Röntgenlinien kann man nicht einfach aus dem photometrisch ermittelten Schwärzungsverlauf der Linie die Halbwertsbreite bestimmen wie bei kurzwelliger Strahlung, da kein linearer Zusammenhang mehr besteht zwischen Intensität und Schwärzung. Es ist deshalb notwendig, die Abhängigkeit der Schwärzung von der Intensität zu kennen. Fig. 1 enthält das Schwärzungsgesetz für den weiten Wellenlängenbereich von  $1,5$  bis  $68 \text{ \AA}$ . Für eine Wellenlänge zwischen den gemessenen Kurven kann unter Umständen interpoliert werden.

<sup>1)</sup> H. Broili u. H. Kiessig, ZS. f. Phys. **87**, 425, 1934; E. Saur, ZS. f. Phys. **103**, 421, 1936.

Die Änderung der Form der Schwärzungskurven mit der Wellenlänge hängt zusammen mit der steigenden Absorption der Strahlung bei wachsender Wellenlänge, wie folgende Überlegung zeigt. Denkt man sich nämlich die ganze Schichtdicke  $d$  der photographischen Schicht in viele Schichten  $Ad$  zerlegt, so hat jedes Schichtelement die gleiche Schwärzungskurve. Bei durchdringender Strahlung (kurze Wellenlänge) werden alle Schichtelemente gleichmäßig geschwärzt. Es ergibt sich also, da bei übereinandergelegten Schichten die Schwärzungen sich einfach addieren, eine Kurve, die bis zu großen Schwärzungen geradlinig verläuft, da sich die Schwärzungskurven aller Schichtelemente addieren. Bei der langwelligen Kohlenstoffstrahlung,  $\lambda = 45 \text{ \AA}$ , ist die Absorption so stark, daß nur die Oberfläche der photographischen Schicht geschwärzt wird, wie wir mittels Dünnschnitten schon festgestellt haben<sup>1)</sup>. Es summieren sich also nur die Schwärzungskurven weniger Schichten  $Ad$ , so daß jetzt die Kurve für die ganze Dicke  $d$  nur bis zu einer viel geringeren Schwärzung linear verläuft. Es genügt also allein die Absorption zur Erklärung der Unterschiede der gefundenen Schwärzungskurven für die verschiedenen Wellenlängen.

### Ergebnisse.

Die photometrierten und auf Intensitäten umgerechneten Bor-*K*-Linien der untersuchten Stoffe sind in Fig. 5 wiedergegeben. Die gemessenen Wellenlängen sind dabei auf  $OK$ ,  $\lambda = 23,61 \text{ \AA}$ , bezogen. In der Tabelle 1

Tabelle 1. Wellenlängen in  $\text{\AA}$  und Energiebeträge in Volt der Bor-*K*-Linien, Halbwertsbreiten der Hauptlinien.

	$B_2O_3$	$BN$	$B_4C$	$B$ krist. u. amorph	$B$ rein	$AlB_2$	$CaB_6$	$LaB_6$	$CeB_6$
Maximum Angström-Einh.	74,09	72,49						69,60	67,70
	68,20	67,57	69,29	69,29	69,24	69,27	67,35	67,45	67,33
	66,61		67,27	67,30	[67,30]	67,24		66,25	66,20
	64,36	64,96							
Halbwerts- breite Angström	2,89	2,44	1,95	1,85	1,54	1,62	2,05	1,84	2,12
	166,5	170,2							
	181,0	182,5	178,0	178,0	178,2	178,1	183,2	177,2	182,2
	185,2							183,0	183,2
Halbwerts- breite e.Volt	191,9	190,0						186,2	186,4
	7,66	6,47	5,17	4,92	4,08	4,30	5,45	4,88	5,63

<sup>1)</sup> H. Broili, R. Glocker u. H. Langendorf, ZS. f. Elektrochem. **40**, 784, 1934.

sind die Wellenlängenwerte und Voltbeträge der Borlinien mit ihren Komponenten und Begleitern und außerdem die Halbwertsbreiten der Hauptlinie eingetragen. Fig. 2 gibt die graphische Darstellung der Voltbeträge dieser Linien. Die waagerechten Striche durch das Maximum geben die Halbwertsbreite der Hauptlinie an.

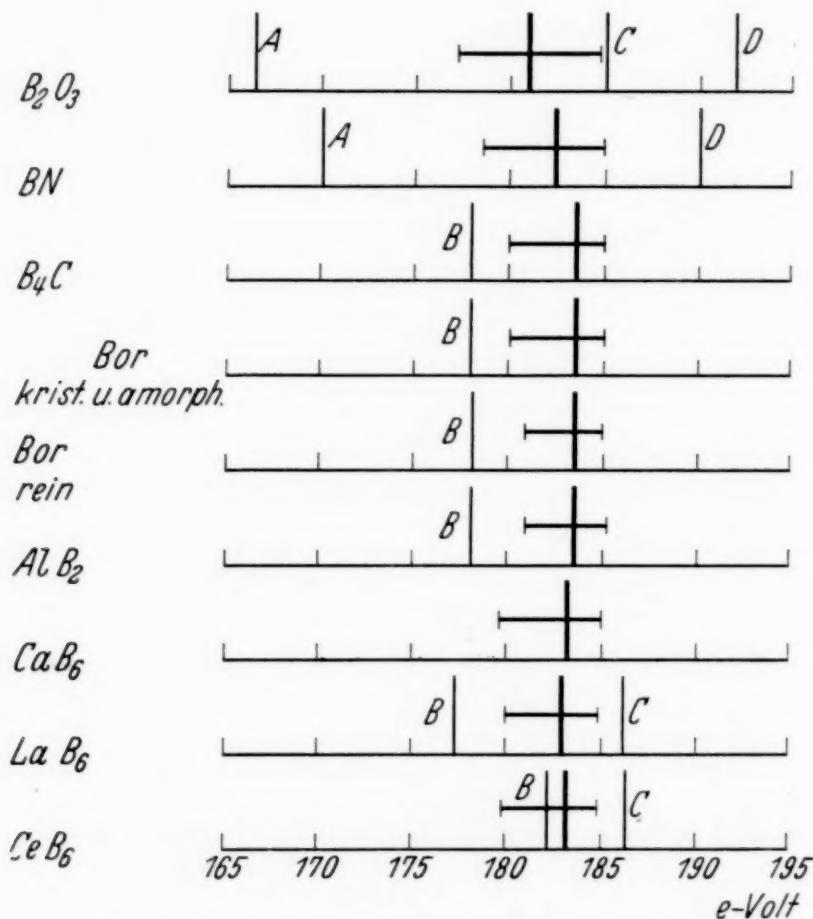


Fig. 2. Energiebeträge der Bor-*K*-Linien in e-Volt.  
Die waagerechten Striche durch das Maximum geben die Halbwertsbreite der Hauptlinie an.

*Boroxyd B<sub>2</sub>O<sub>3</sub>*. Die Linie von Boroxyd ist als einzige der untersuchten Borlinien fast symmetrisch. Auf der kurz- und auf der langwelligen Seite der Hauptlinie erscheinen je eine Linie in relativ großem Abstand. Die Linie mit  $\lambda = 64,4 \text{ \AA}$  hat einen Abstand von 10,9 e-Volt, die Linie mit  $\lambda = 74,1 \text{ \AA}$  einen Abstand von 14,5 e-Volt vom Maximum. Die Bor-*K*-Linien erstrecken sich also über eine Breite von 25,4 e-Volt. Die kurzwellige Begleiterlinie ist etwas stärker und schmäler als die langwellige Linie. Bei einer Halbwertsbreite von  $1,0 \text{ \AA} = 2,7 \text{ e-Volt}$  besitzt der kurzwellige Begleiter etwa ein Neuntel der Intensität des Maximums der Hauptlinie, der langwellige Begleiter hat etwa ein Fünftel der maximalen Intensität und eine Halbwertsbreite von  $1,8 \text{ \AA}$ , entsprechend 4,8 e-Volt. Die

Hauptlinie von Boroxyd hat mit einer Halbwertsbreite von  $2,89 \text{ \AA}$   $= 7,66 \text{ e-Volt}$  die größte Breite der hier untersuchten Borlinien.

Fig. 4 zeigt in dreifacher Vergrößerung die Aufnahme von Boroxyd, Fig. 3 die Photometerkurven der Borlinie von drei verschiedenen Stellen der Linie. Aufnahmen und Photometerkurven lassen erkennen, wie deutlich die Begleiter von der Hauptlinie getrennt sind. Zwischen den langwelligen Begleiter und die Hauptlinie fällt die dritte Ordnung der Sauerstofflinie

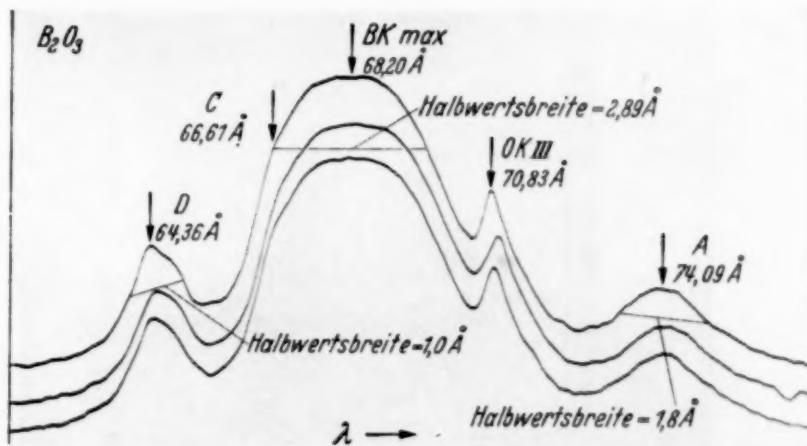


Fig. 3. Photometerkurven von Boroxyd (Übersetzung 1:40, auf die Hälfte verkleinert).

mit  $3 \cdot 23,61 \text{ \AA} = 70,83 \text{ \AA}$ . Auf der kurzweligen Seite des Maximums ( $\lambda = 66,1 \text{ \AA}$ ) befindet sich eine Komponente, die sich als Knick in der Photometerkurve zeigt.

Zur Untersuchung wurde das Präparat Boroxyd, geschmolzen, von Merck benutzt. Boroxyd ist amorph (glasig).

**Bornitrid.** Die Borlinie von Bornitrid hat ähnlich der Boroxydlinie zwei Begleiter, je einen zu beiden Seiten der Hauptlinie, deren Abstand geringer ist als bei Boroxyd. Der kurzwellige Begleiter ist 7,5 e-Volt, der langwellige 12,3 e-Volt vom Maximum der Hauptlinie entfernt. Der Abstand der Begleiter unter sich, der bei Boroxyd 25,4 e-Volt ist, beträgt hier also nur noch 19,8 e-Volt. Bei einer Bornitridaufnahme bei Ionenbetrieb mit Luft waren auch die Begleiter von Boroxyd vorhanden; bei einer Aufnahme mit Wasserstoffspülung jedoch nicht.

Die Hauptlinie von BN ist wie bei allen Linien außer B<sub>2</sub>O<sub>3</sub> unsymmetrisch; nach kurzen Wellen ist ihr Abfall steiler als nach langen Wellen. Die Halbwertsbreite bei BN,  $2,44 \text{ \AA} = 6,47 \text{ e-Volt}$ , ist etwas kleiner als bei Boroxyd, aber immer noch größer als bei allen übrigen Borlinien.

Siegbahn und Magnusson fanden bei Bornitrid ein Dublett zu beiden Seiten der Hauptlinie mit den Wellenlängen  $\lambda = 64,17, 64,76 \text{ \AA}$  und  $72,40, 74,14 \text{ \AA}$ . Nach unseren Beobachtungen ist anzunehmen, daß sich das

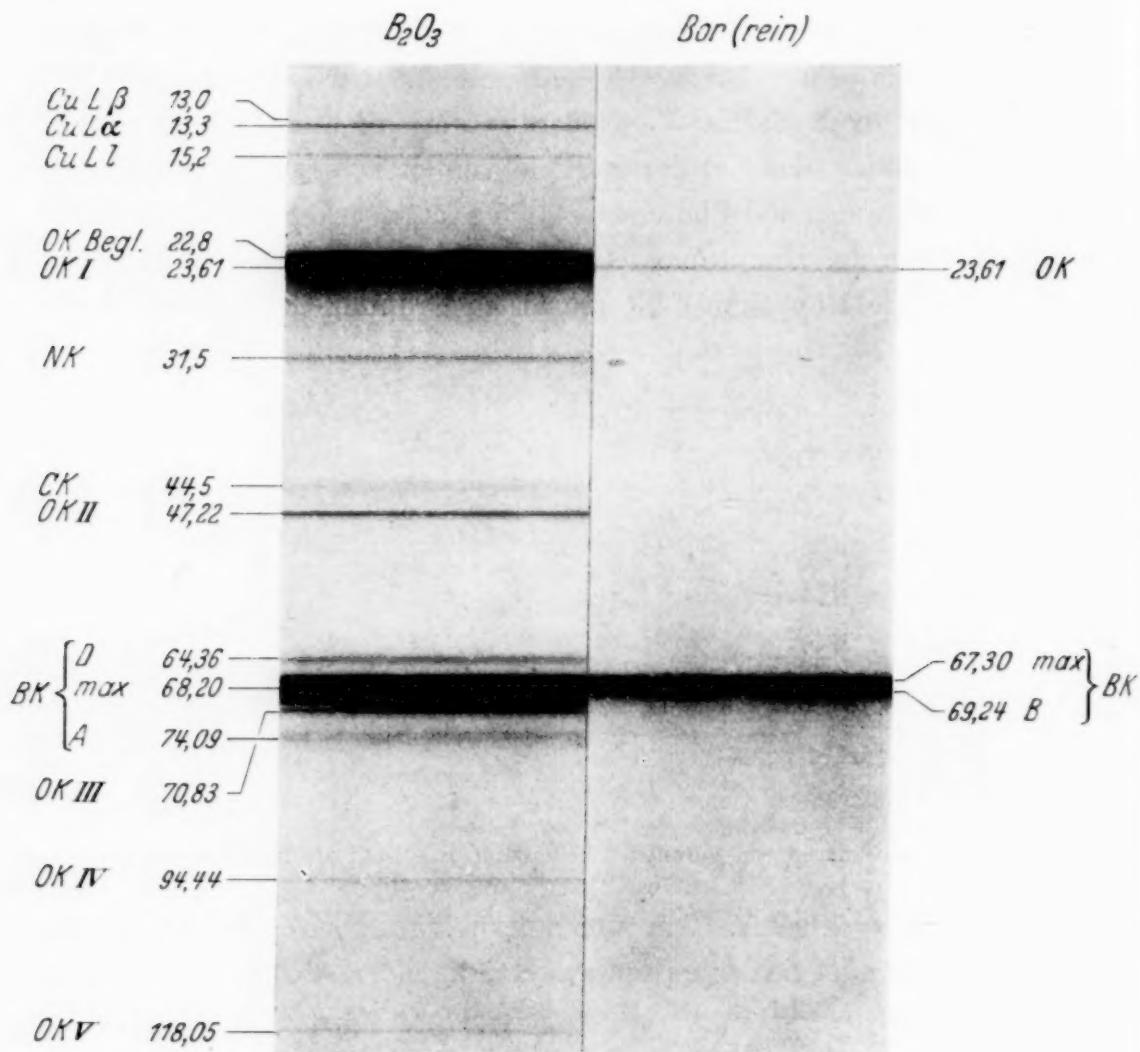


Fig. 4. Aufnahmen von Bor und Boroxyd (3fach linear vergrößert).

Präparat teilweise oxydiert hatte und folglich die Linien  $\lambda = 64,17$  und  $74,14 \text{ Å}$  Boroxyd zuzuordnen sind. Die zwei restlichen Linien stimmen mit unseren Bornitridlinien überein.

Die Struktur des BN ist die gleiche wie bei Graphit, wobei die Gitterpunkte abwechselnd mit B- und N-Atomen besetzt sind.

Untersucht wurde Bornitrid von Riedel und de Haen.

*Borcarbid B<sub>4</sub>C.* Der K-Linie von Borcarbid ist auf dem langwelligen Abfall eine breite Linie überlagert, deren Abstand vom Maximum der Borlinie  $1,95 \text{ Å} = 5,17 \text{ Volt}$  beträgt. Es wurden hier keine Begleiter wie bei Boroxyd und Bornitrid gefunden.

Bei einer sehr stark belichteten Borcarbidaufnahme trat eine schwache und breite Linie bei  $\lambda = 53,7 \text{ Å}$  auf. Sie ist eigentlich zu weit entfernt, um sie dem Bor zuzuordnen. Sonderbarerweise finden aber auch Siegbahn und Magnusson bei Bornitrid eine schwache Linie bei  $\lambda = 53,7 \text{ Å}$ .

Die Kristallstruktur wurde von Laves<sup>1)</sup> untersucht.

**Bor.** Es wurden drei verschiedene Borpräparate untersucht. Bor amorph von der Firma Merck, Bor kristallin von der Firma Riedel und de Haen und ein sehr reines Borpräparat von Herrn Prof. Dr. Tiede. Das amorphe Bor ist nur fein kristallin, wie aus Debye-Aufnahmen hervorgeht. Bor kristallin ist eigentlich eine Bor-Aluminiumlegierung, für die die Zusammensetzung  $B_{12}Al$  angegeben wird St. v. Návay-Szabó<sup>2)</sup> fand, daß „kristallisiertes Bor“ (Merck) eine kohlenstoffhaltige B-Al-Verbindung mit zwei Modifikationen ist. Der Gitterbau der drei Präparate ist offenbar verschieden, da jeweils verschiedene Debye-Aufnahmen erhalten wurden. Das Gitter des reinen Bors ist noch nicht bekannt. Aus unserer Debye-Aufnahme des reinen Borpräparates von Prof. Tiede ergibt sich, daß ein Netzebenenabstand von  $7,7\text{ \AA}$  auftritt. Man muß daraus schließen, daß mehrere Atome zu einem Komplex zusammentreten.

Die Form der Bor-K-Linie bei den drei Präparaten ist gleich, im Abstand von  $2\text{ \AA}$  vom Maximum nach langen Wellen ist ihr eine breite Linie überlagert.

Die Wellenlänge des Maximums wurde jeweils aus dem Abstand von der dritten Ordnung der Sauerstoff-K-Linie, die bei

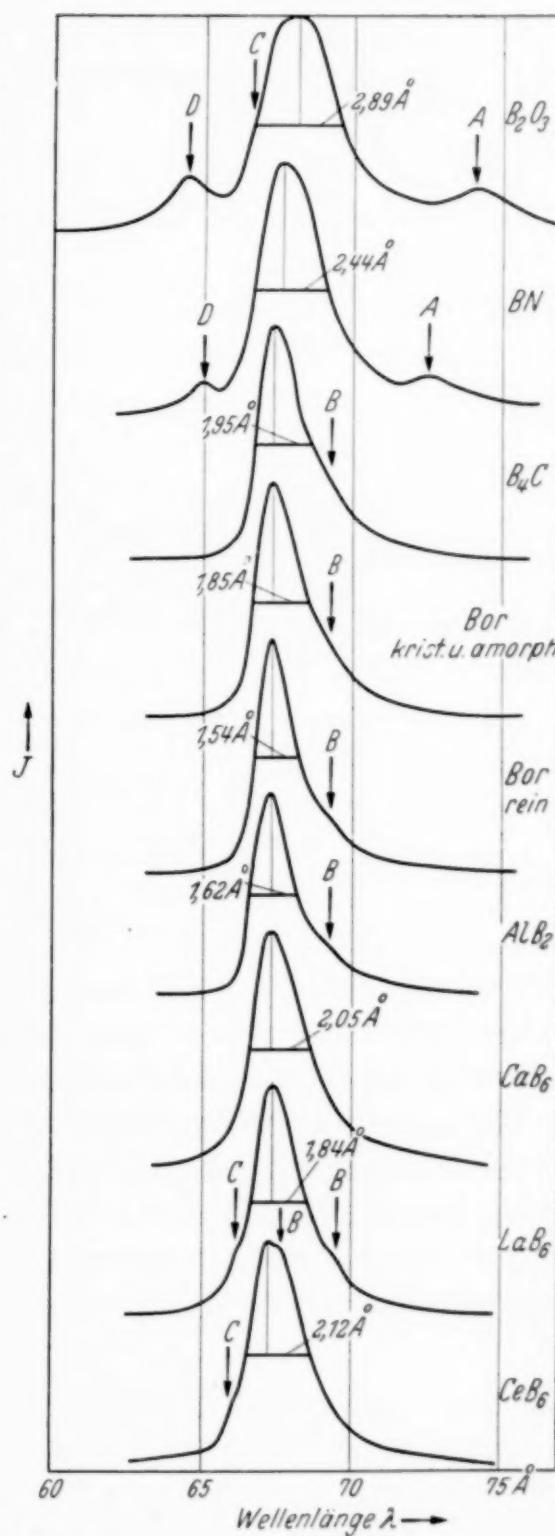


Fig. 5. Intensitätskurven der Bor-K-Linien von Bor und Borverbindungen mit eingetragenen Halbwertsbreiten in Å.

<sup>1)</sup> F. Laves, Gött. Nachr. 1934. — <sup>2)</sup> St. v. Návay-Szabó, Naturwissensch. **24**, 77, 1936.

$\lambda = 70,83 \text{ \AA}$  liegt, ermittelt. Beim „reinen Bor“ ist die Sauerstofflinie so schwach, daß die dritte Ordnung nicht mehr vorhanden ist. Hier wurde als die Wellenlänge des Maximums die von Bor kristallisiert und Bor amorph übernommen.

Die Halbwertsbreite ist für Bor kristall. und Bor amorph  $1,85 \text{ \AA} = 4,9 \text{ e-Volt}$ . Das Bor von Prof. Tie die gibt eine geringere Halbwertsbreite, nämlich  $1,54 \text{ \AA} = 4,08 \text{ e-Volt}$ .

Die Linienform des Bors ist fast die gleiche wie bei Borcarbid. Man könnte vermuten, daß sich das Bor unter dem Einfluß der Fettdämpfe in Borcarbid umgesetzt hat. Da aber bei der Aufnahme des reinen Bors die Kohlenstofflinie vollkommen fehlt, ist dieser Fall ausgeschlossen. Es ist auch umgekehrt nicht anzunehmen, daß sich das Borcarbid bei der Aufnahme zersetzt hat, da diese Verbindung sehr stabil ist.

In Fig. 4 ist die Aufnahme des reinen Bors von Prof. Tie die abgebildet. Der Unterschied der Linie gegenüber der von Boroxyd ist durch das Fehlen der Begleiter sehr auffallend. Auch die geringere Linienbreite ist deutlich sichtbar. Die Kohlenstoff-K-Linie fehlt vollkommen. Die Sauerstoff-K-Linie ist selbst in erster Ordnung sehr schwach. Man kann hieraus schließen, daß das Bor auch während der Aufnahme sauber geblieben ist.

*Aluminumborid.*  $\text{AlB}_2$ . Es wurde Aluminumborid mit Aluminiumüberschluß untersucht. Die Linienform ist praktisch die gleiche wie bei Bor und Borcarbid. Die Halbwertsbreite beträgt  $1,62 \text{ \AA} = 4,30 \text{ e-Volt}$ .

*Calciumborid*  $\text{CaB}_6$ . Calciumborid hat die gleiche unsymmetrische K-Linie wie B und  $\text{B}_4\text{C}$ . Eine Struktur der Linie ist nicht zu erkennen. Die Halbwertsbreite beträgt  $2,05 \text{ \AA} = 5,45 \text{ e-Volt}$ .

*Lanthanborid*  $\text{LaB}_6$ . Bei Lanthanborid ist auf der Seite des kurzwelligen Abfalls der B-Linie eine Komponente bei  $\lambda = 66,25 \text{ \AA}$ , auf der langwelligen Seite eine allerdings sehr schwache Komponente bei  $\lambda = 69,6 \text{ \AA}$ . Die Halbwertsbreite beträgt  $1,84 \text{ \AA} = 4,88 \text{ e-Volt}$ .

*Cerborid*  $\text{CeB}_6$ . Auf der kurzwelligen Seite der Borlinie von  $\text{CeB}_6$  ist eine Komponente bei  $\lambda = 66,2 \text{ \AA}$ , ähnlich wie bei  $\text{LaB}_6$ . Neben dem Maximum  $\lambda = 67,33 \text{ \AA}$  ist noch ein Buckel bei  $\lambda = 67,7 \text{ \AA}$  beobachtbar. Die Halbwertsbreite beträgt  $2,12 \text{ \AA} = 5,63 \text{ e-Volt}$ .

#### Besprechung der Ergebnisse.

Die ausgesprochenen Nichtleiter Boroxyd und Bornitrid zeigen ein anderes Aussehen der Borlinie als alle übrigen Borverbindungen, vor allem durch das Auftreten eines kurz- und langwelligen Begleiters mit relativ großem Abstand vom Maximum. Bei Boroxyd ist die Hauptlinie sym-

metrisch. Dies stimmt überein mit der mehrfach gefundenen Tatsache, daß ein Leiter beim Übergang seiner Valenzelektronen eine Linie liefert mit Steilabfall auf der kurzweligen Seite und allmählichem Abfall auf der langwoligen Seite, während die Linie eines Nichtleiters weitgehend symmetrisch ist<sup>1)</sup>. Es wäre hiernach zu erwarten, daß auch die Linie von Bornitrid symmetrisch ist. Dies ist aber nicht der Fall. Allerdings ist der kurzwellige Abfall nicht so steil wie etwa bei Bor und Borcarbid. Bei Boroxyd und Bornitrid sind die Maxima der Hauptlinien etwas nach längeren Wellen verschoben, während alle übrigen praktisch die gleiche Wellenlänge für das Maximum ergeben. Interessant ist auch, daß die glasige Struktur von Boroxyd offenbar nicht in der Linienform der Bor-K-Linie zum Ausdruck kommt, da diese der Linie des gut kristallisierenden Bornitrids ähnlich ist.

Bei Kohlenstoff zeigten Graphit und Diamant die breitesten Linien, während die Verbindungen mit Ausnahme von Borcarbid eine geringere Linienbreite ergaben. Bei Bor ist es umgekehrt; die Linien von den Verbindungen sind breiter als die Linien des reinen Bors. Bemerkenswert ist, daß auch bei Diamant, das ein guter Isolator ist, in der relativ großen Entfernung von 8,5 e-Volt vom Maximum eine Begleiterlinie auftritt, ähnlich wie bei Boroxyd und Bornitrid.

Leider kann die Theorie heute noch keine Erklärung geben für die durch den Bindungseinfluß verursachte Feinstruktur der Röntgenlinien. Es ist aber zu erwarten, daß eine solche Erklärung wertvolle Aufschlüsse über den Zustand der festen Körper liefern wird, zumal die spektroskopischen Erscheinungen stets zu wichtigen Ergebnissen geführt haben.

Herrn Prof. Dr. R. Glocke danken wir für sein stetes Interesse an unserer Arbeit. Von verschiedener Seite wurden uns freundlicherweise Präparate zur Verfügung gestellt. Wir danken hierfür an dieser Stelle den Herren Prof. Dr. Klemm ( $B_4C$ ,  $CaB_6$ ,  $LaB_6$  und  $CeB_6$ ), Prof. Dr. Tiede (reines Bor), Dr. F. Laves ( $B_4C$ , hergestellt von Dr. E. Podszus), Dr. W. Hofmann ( $AlB_2$ ) und der Firma Riedel und de Haen (BN und Bor krist.). In dankenswerter Weise wurden wir auch von der deutschen Forschungsgemeinschaft durch Überlassung eines großen Teiles der Apparatur unterstützt.

*Stuttgart, Röntgenlaboratorium an der Technischen Hochschule,  
August 1937.*

<sup>1)</sup> M. Siegbahn u. T. Magnusson, ZS. f. Phys. **87**, 291, 1934.

**Theoretische und experimentelle  
Untersuchung der Biegungsschwingungen  
freischwingender elliptischer Platten.**

Von Bohuslav Pavlik in Praha.

Mit 1 Abbildung. (Eingegangen am 8. September 1937.)

Es wurden Biegungsschwingungen der elliptischen Platten in sieben einfachsten Formen theoretisch und experimentell untersucht.

Mit elliptischen Platten beschäftigte sich Mathieu<sup>1)</sup> und Barthélémy<sup>2)</sup>. Experimentell hat schon Chladni<sup>3)</sup> Platten von der oben angegebenen Begrenzung untersucht. Die elliptischen Membranen wurden von Reinstein<sup>4)</sup> behandelt. Goldmann<sup>5)</sup> hat mit Anwendung der Ritzschen Methode abgeleitet, daß die Knotenlinien bei dieser Plattenform Ellipsen und Durchmesser sein sollen. Diese Behauptung steht im Widerspruch mit den Chladnischen Ergebnissen. Auch bei magnetostriktiv erregten elliptischen Platten konnte die Goldmannsche Schwingungsform nicht allgemein bestätigt werden.

Im folgenden soll die Ritzsche Methode für sieben geometrisch einfachste Schwingungsformen dieser Plattenform benutzt werden und soll gezeigt werden, daß diese Anwendung in ziemlich guter Übereinstimmung mit den Experimenten steht.

Nach Ritz<sup>6)</sup> soll das Integral

$$W = \int_{-A}^{+A} \int_{-B\sqrt{1-\frac{x^2}{A^2}}}^{+B\sqrt{1-\frac{x^2}{A^2}}} \left\{ \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 - 2(1-\sigma) \left[ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] - \lambda w^2 \right\} dx dy \quad (1)$$

<sup>1)</sup> E. Mathieu, Journ. de Math. (Liouville) (2) **14**, 378, 1869. — <sup>2)</sup> A. Barthélémy, Mém. de l'Acad. de Toulouse **9**, 1877 (war mir unzugänglich). — <sup>3)</sup> E. F. F. Chladni, Traité d'acoustique, Paris 1809. — <sup>4)</sup> E. Reinstein, Ann. d. Phys. (4) **35**, 109, 1911. — <sup>5)</sup> E. Goldmann, Anwendung der Ritzschen Methode auf die Theorie der Transversalschwingungen freischwingender Platten von rechteckiger, rhombischer, dreieckiger und elliptischer Begrenzung. Inaugural-Dissertation, Breslau 1918. — <sup>6)</sup> W. Ritz, Ann. d. Phys. (4) **28**, 737, 1909.

über die Fläche der Ellipse genommen zu einem Minimum gemacht werden.  $A$  und  $B$  bedeuten die Halbachsen der Begrenzungsellipse und  $\lambda$  ist mit der Eigenfrequenz  $v$  der Platte durch die Gleichung

$$\lambda = \frac{12 \pi^2 v^2 (1 - \sigma^2) \rho}{E h^2} \quad (2)$$

verbunden.  $\rho$  ist die Dichte,  $E$  das Elastizitätsmodul,  $\sigma$  die Poissonsche Konstante und  $2h$  die Dicke der Platte.

Die Platte ist zentrisch symmetrisch; dementsprechend muß  $w$  entweder eine rein gerade oder rein ungerade Funktion von  $x$  und  $y$  sein. Dies entspricht den symmetrischen und antisymmetrischen Schwingungen. In erster Näherung wählen wir für  $w$  die niedrigsten geraden oder ungeraden Polynome in  $x$  und  $y$ . Wir dürfen hier, ähnlich wie schon Ritz<sup>1)</sup> oder Voigt<sup>2)</sup> für die Klangplatten aus Kristallen es gemacht hatten, eine additive Konstante bzw. ein in  $x$  und  $y$  lineares Glied, das der Translation bzw. Drehung der Platte ohne Deformation entspricht, nicht auslassen.

Für die einfachsten symmetrischen Schwingungsformen nehmen wir die Amplitude  $w$  in der Form

$$w = a x^2 + b y^2 + c x y + d \quad (3)$$

an. Setzen wir dies in die Gl. (1) ein und drücken wir die Ritzsche Minimalbedingung aus, bekommen wir zuerst

$$d = -\frac{1}{4} (a A^2 + b B^2) \quad (4')$$

und dann

$$3a(64 - A^4 \lambda) + b(192\sigma + A^2 B^2 \lambda) = 0, \quad (4'')$$

$$a(192\sigma + A^2 B^2 \lambda) + 3b(64 - B^4 \lambda) = 0, \quad (4''')$$

$$c[48(1 - \sigma) - \lambda A^2 B^2] = 0. \quad (4''''')$$

Aus der Gleichung (4''') bekommen wir

$$\lambda_2 = \frac{48(1 - \sigma)}{A^2 B^2},$$

was zu  $a = b = 0$  und  $c$  beliebig führt. Dem entspricht

$$w = c x y. \quad (5)$$

Das Knotenliniensystem ist also durch das Achsenkreuz gebildet (vgl. Fig. 1<sub>2</sub>).

Aus Gleichung (4'') und (4''') bekommt man

$$\lambda_{1,3} = 12 \left\{ 3 \left( \frac{1}{A^4} + \frac{1}{B^4} \right) + \frac{2\sigma}{A^2 B^2} \pm \sqrt{\left[ 3 \left( \frac{1}{A^4} + \frac{1}{B^4} \right) + \frac{2\sigma}{A^2 B^2} \right]^2 - \frac{32(1 - \sigma^2)}{A^4 B^4}} \right\}. \quad (6)$$

<sup>1)</sup> W. Ritz, Ann. d. Phys. (4) **28**, 737, 1909. — <sup>2)</sup> W. Voigt, Gött. Nachr. 1915, S. 345.

Nach Einsetzen dieser Werte in die Gleichung (4''), (4''') und (4''') erhält man

$$c = 0$$

und für die zugehörigen  $a$  bzw.  $b$  entsprechende Werte. Die Knotenlinien sind eine Hyperbel bzw. Ellipse (vgl. Fig. 1<sub>1</sub> und 1<sub>3</sub>). Daraufhin kann aus Gleichung (3), wenn  $c = 0$ , geschlossen werden, daß beim Übergang

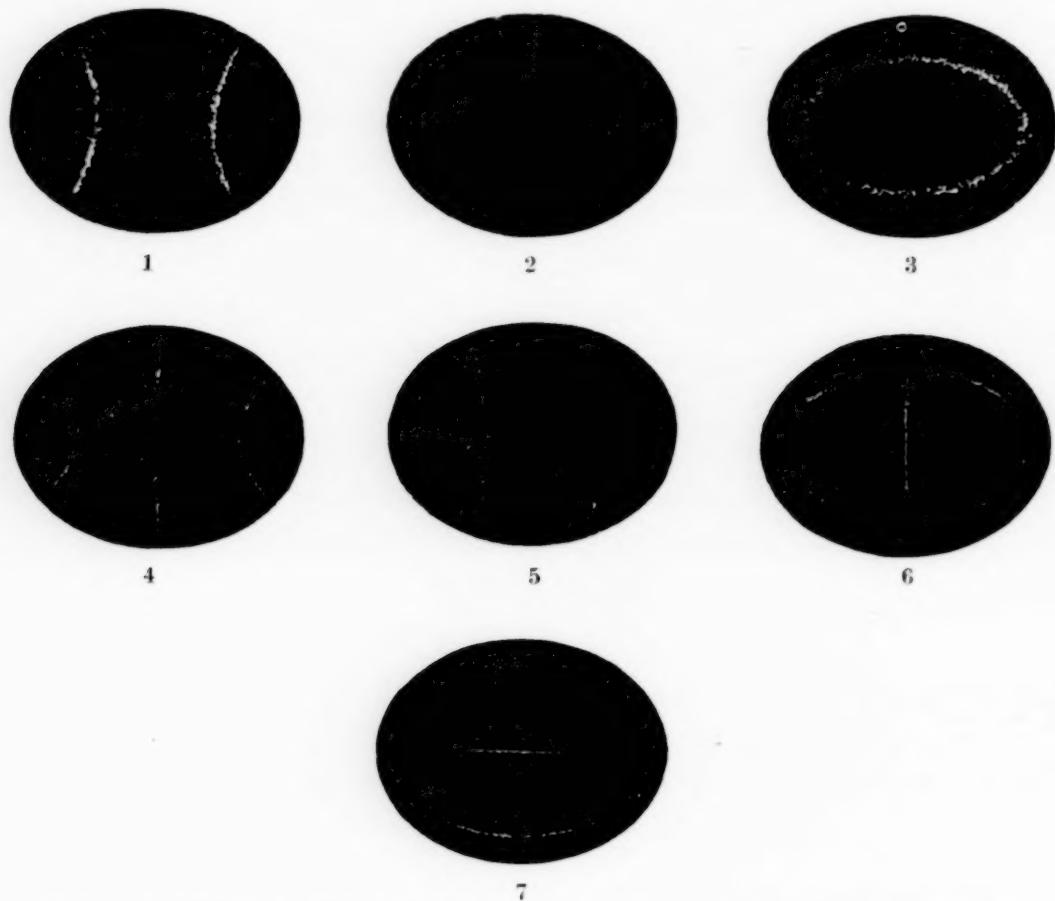


Fig. 1. Die sieben geometrisch einfachsten Knotenlinien bei einer elliptischen Platte, die Biegungsschwingungen ausführt.

zur Kreisplatte ( $\lim A = \lim B = R$ ) eine der Staubfiguren (Hyperbel) in das Durchmesserkreuz, die andere (Ellipse) in einen Kreis übergehen muß.

Um die einfachsten antisymmetrischen Schwingungen zu bekommen macht man folgenden Ansatz:

$$w = ax^3 + by^3 + cx^2y + dxy^2 + ex + fy. \quad (7)$$

Auf Grund dieses Ansatzes folgt nach Ausführen der Ritzschen Minimalbedingung zuerst

$$\begin{aligned} e &= -\frac{1}{2}(aA^2 + \frac{1}{3}B^2d), \\ f &= -\frac{1}{2}(bB^2 + \frac{1}{3}A^2c), \end{aligned} \quad | \quad (8)$$

und dann

$$\left. \begin{aligned} 3a(5B^2 + \sigma A^2 - 2A^2\zeta) + d[B^2(3\sigma + 2) + A^2] &= 0, \\ 3b(5A^2 + \sigma B^2 - 2B^2\zeta) + c[A^2(3\sigma + 2) + B^2] &= 0, \\ 3b(A^2 + \sigma B^2) + c[A^2(2 - \sigma) + B^2 - 2A^2\zeta] &= 0, \\ 3a(B^2 + \sigma A^2) + d[B^2(2 - \sigma) + A^2 - 2B^2\zeta] &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Dabei ist

$$\frac{A^2 B^2}{288} \lambda = \zeta.$$

Die Gleichungen wurden schon so umgeformt, daß die Glieder mit  $\zeta$  (das ist mit  $\lambda$ ) nur in der Diagonale auftreten.

Die Bedingung, die die Lösbarkeit dieser Gleichungen ausdrückt, ist eine Determinante vierten Grades, die aber auf ein Produkt je zweier Determinanten zweiten Grades übergeführt werden kann. Berechnet man für diejenigen  $\zeta$  (bzw.  $\lambda$ ), die man so bekommt, die bezüglichen  $a$ ,  $b$ ,  $c$  und  $d$ , so sieht man, daß in zwei Fällen  $x$  und in zwei Fällen  $y$  herausgehoben werden kann. Die Knotenkurve zerfällt also in allen vier Fällen in eine der Achsen und in einen Kegelschnitt (Hyperbel bzw. Ellipse). Daraufhin kann aus Gleichung (7) geschlossen werden, daß beim Übergang zur Kreisplatte zwei der Staubfiguren (Hyperbel mit einer der Achsen) in drei Durchmesser, die zwei anderen (Ellipse mit einer der Achsen) in einen Kreis mit einem Durchmesser übergehen.

Numerisch führen wir die Lösung für

$$E = 2,085 \cdot 10^{12} \text{ Dyn/cm}^2, \quad \sigma = 0,32, \quad \rho = 7,7228 \text{ g/cm}^3,$$

$$2h = 0,989 \text{ cm}, \quad 2A = 1,5124 \text{ cm}, \quad 2B = 1,1776 \text{ cm}$$

durch.

Experimentell wollen wir die theoretischen Ergebnisse auf einer elliptischen Platte aus rostfreiem Stahl, die magnetostraktiv erregt wird, und die den oben angegebenen Abmessungen möglichst nahekommt, prüfen. Unsere Anwendung der Ritzschen Methode stellt eine angenäherte Lösung des Problems dar; wir müssen erwarten, daß die berechneten Werte größer sein werden als die gemessenen. Beachten wir, daß die Reihenentwicklung für  $w$  sich im günstigsten Falle mit *nur* sechs Gliedern begnügt, so müssen wir anerkennen, daß die Ritzsche Methode ziemlich gute Resultate auch im Falle der elliptischen Platten bietet.

Wir bekommen folgende Gegenüberstellung (siehe Tabelle S. 462).

Die dazugehörigen  $\sqrt{\lambda}/\sqrt{\lambda_0}$  und  $r/r_0$  sollen theoretisch einander gleich sein, was in den ersten fünf Fällen ziemlich gut erfüllt ist. Die theoretisch berechnete Bezugsfrequenz beträgt

$$r_0 = 29,38 \text{ kHz.}$$

Nr. der Staubfigur	$\lambda$	$\sqrt{\lambda}/\sqrt{\lambda_0}$	Staubfigur ist		$r_{\text{gemessen}} \text{ in kHz}$	$r/r_0$
			theoretisch	beobachtet		
1.	138,9	1	Hyperbel mit den Halbachsen (in cm) $\alpha = 0,298 \ \beta = 0,376 \   \alpha = 0,30 \   \beta = 0,38$		26,85	1
2.	164,7	1,089		Achsenkreuz	29,3	1,09
3.	758	2,34	Ellipse mit den Halbachsen (in cm) $\alpha = 0,607 \ \beta = 0,376 \   \alpha = 0,59 \   \beta = 0,35$		53,8	2,00
4.	926	2,58	Y-Achse und Hyperbel mit den Halbachsen (in cm) $\alpha = 0,396 \ \beta = 0,266 \   \alpha = 0,42 \   \beta = 0,28$		62,7	2,34
5.	957	2,63	X-Achse und Hyperbel mit den Halbachsen (in cm) $\alpha = 0,220 \ \beta = 0,423 \   \alpha = 0,24 \   \beta = 0,47$		64,8	2,41
6.	3928	5,32	Y-Achse und Ellipse mit den Halbachsen (in cm) $\alpha = 0,643 \ \beta = 0,433 \   \alpha = 0,64 \   \beta = 0,39$		99,4	3,7
7.	6926	7,06	X-Achse und Ellipse mit den Halbachsen (in cm) $\alpha = 0,668 \ \beta = 0,469 \   \alpha = 0,63 \   \beta = 0,45$		124	4,64

Aus der beigefügten Tabelle ist ersichtlich, daß die berechneten Werte von  $r$  wirklich größer als die gemessenen sind, was damit zusammenhängt, daß das Ritzsche Verfahren auf nur sechs Glieder in der Reihenentwicklung beschränkt bloß die angenähere Lösung des Minimalproblems darstellt.

*Zusammenfassung.* In der vorliegenden Arbeit wurden die Biegungsschwingungen einer elliptischen Platte in den sieben einfachsten Formen theoretisch und experimentell behandelt. Das Ritzsche Näherungsverfahren gibt auch hier ziemlich gute Resultate. Die Abmessungen der berechneten und gemessenen Knotenlinien stimmen sehr gut überein. Auch die berechneten und gemessenen Eigenfrequenzen stehen in einer ziemlich guten Übereinstimmung. Die Vergleichung der Resultate mit denjenigen von Goldmann ist wertlos, da die hyperbolischen Knotenlinien nicht aus Goldmannschen Theorie hervorgehen.

Herrn Prof. Dr. August Žáček bin ich für die Überlassung der experimentellen Hilfsmittel zu großem Dank verpflichtet.

## Zur Periodizität der Abbildung von Ultraschallwellen.

Von E. Hiedemann und E. Schreuer in Köln.

Mit 5 Abbildungen. (Eingegangen am 15. September 1937.)

Die von Bär entdeckten „Kohärenz“-Verhältnisse<sup>1)</sup> in den Beugungsordnungen des an stehenden Ultraschallwellen gebeugten Lichtes lassen sich in elementarer Weise — auch ohne Annahme von Mehrfachbeugung — aus der Lichtmodulation und dem Doppler-Effekt ableiten. — Bei der Abbildung von Ultraschallwellen treten Periodizitäten auf in dem Sinne, daß sich Bilder des Schallgitters in vielen Ebenen hinter dem Schallfeld beobachten lassen. Diese Erscheinung, deren vollständige Theorie von Nath sowie von Nomoto gegeben worden ist, wird im Zusammenhang mit der Winkelmannschen Untersuchung der analogen Erscheinung bei gewöhnlichen optischen Gittern diskutiert. Eine Wiederholung und Ergänzung der Winkelmannschen Untersuchungen ermöglichte jetzt die Einordnung der Winkelmannschen Ergebnisse in die allgemeine Theorie von Nath. — Es wird ferner eine Darstellung dieser Periodizitätserscheinungen gegeben und der Zusammenhang mit der Abbeschen Theorie der mikroskopischen Abbildung erläutert.

*Elementare Ableitung der „Kohärenz“-Verhältnisse des an stehenden Schallwellen gebeugten Lichtes.* Strahlt man in ein System von ebenen Ultraschallwellen mit parallelem Licht ein, so ist die Lichtwellenfront beim Austritt aus dem Schallfeld wegen des längs der Schallwelle periodisch veränderten Dichtezustandes derart deformiert, daß man auf einem Schirm oder in einem Horizontalmikroskop ein System von hellen Streifen erhält. Die wohl anschaulichste Deutung dieser von Hiedemann und Mitarbeitern<sup>2)</sup> entdeckten Methode zur Sichtbarmachung von Ultraschallwellen gewinnt man vom Standpunkt der geometrischen Optik aus, wenn man im Sinne der Theorie von Lucas und Biquard<sup>3)</sup> die hellen Streifen als Konvergenzlinien des Lichtes betrachtet. Wellenoptisch gesehen handelt es sich hier, wie Debye, Sack und Coulon<sup>4)</sup> gezeigt haben, wie bei jeder mikroskopischen Abbildung um Sekundärinterferenzen der an dem abzubildenden Objekt durch Beugung entstehenden Lichtwellensysteme. Bei der Streuung an einer fortschreitenden Schallwelle erfährt das Licht, das in die  $\pm n$ -te Beugungsordnung gelangt, eine Frequenzänderung der Größe:  $\Delta r = \pm n \cdot r^*$  ( $r^*$  gleich Schallfrequenz). Es ist klar daß bei der Überlagerung der Lichtwellenzüge verschiedener Frequenz laufende Interferenzen entstehen, die

<sup>1)</sup> Als Kriterium der „Kohärenz“ des Lichtes verschiedener Beugungsordnungen dient bei R. Bär das Auftreten stehender Sekundärinterferenzen; das Wort wird also in etwas anderem Sinne gebraucht als sonst üblich. —

<sup>2)</sup> Literatur s. bei E. Hiedemann, Ergebn. d. exakten Naturwiss. **14**, 201ff., 1935. — <sup>3)</sup> R. Lucas u. P. Biquard, J. Physique et le Radium **3**, 464, 1932.

<sup>4)</sup> P. Debye, H. Sack u. F. Coulon, C. R. **198**, 922, 1934

erst durch Stroboskopie mit Schallfrequenz zum Stehen gebracht werden. Der dann beobachtete Streifenabstand entspricht einer Schallwellenlänge. Bei einer stehenden Welle wird man gemäß ihrer Herkunft aus zwei gegenseitig fortsehreitenden Wellen für das Licht der  $n$ -ten Beugungsordnung ein Dublett erwarten, das die Frequenzen  $r_0 \pm nr^*$  enthält. Bei einer stehenden Welle entsteht und vergeht die Dichtevertteilung jedoch  $2 r^*$  mal je Sekunde. Daher ist auch das Beugungsspektrum mit der Periode  $2 r^*$  vollständig moduliert. Die Modulation ist nicht sinusförmig, selbst wenn die stehende Welle sinusförmig ist. Die Fourierentwicklung ergibt für die  $n$ -te Beugungsordnung die Frequenzen:  $r_0 \pm nr^* \pm 2mr^*$  (wobei  $m = 0, 1, 2, \dots$ ). Für alle geraden Beugungsordnungen erhält man also die Frequenzen  $r_0 \pm 2k \cdot r^*$  und für die ungeraden Ordnungen  $r_0 \pm (2k + 1)r^*$  (wobei  $k = 0, 1, 2, \dots$ ). Hieraus folgt die von Bär<sup>1)</sup> entdeckte Erscheinung, daß gerade Beugungsordnungen mit ungeraden interferierend keine stehende Interferenzen geben, wohl dagegen je alle geraden und je alle ungeraden Beugungsordnungen unter sich „kohärent“ sind. Eine Abbildung von stehenden Ultraschallwellen ist also direkt möglich und ergibt ein System von Streifen, deren Abstand eine halbe Wellenlänge beträgt. Bär konnte die von ihm entdeckten Kohärenzverhältnisse dadurch erklären, daß er außer dem Doppler-Effekt noch Mehrfachbeugung annahm. Diese Annahme verlangt aber eine gewisse untere Grenze der Wirkung der Schallwellen, die von dem Produkt Schallintensität  $\times$  Lichtweg abhängt. Unterhalb dieser Größe, also für kurze Lichtwege im Schallfeld bei geringen Schallintensitäten, können durch Mehrfachbeugung nur vernachlässigbare Effekte eintreten. Der Vorteil dieser neuen elementaren Ableitung besteht nun darin, daß diese Beschränkung auf größere Lichtwege bzw. Schallintensitäten wegfällt, in Übereinstimmung mit der experimentellen Erfahrung und der Theorie von Raman und Nath<sup>2)</sup>.

*Die Periodizitätserscheinungen an akustischen und optischen Gittern.* Bekanntlich tritt bei dieser Methode der Abbildung von Ultraschallwellen eine gewisse Periodizität auf; d. h. es lassen sich solche Abbildungen in vielen Ebenen hinter dem Schallfeld beobachten. Auf diese Periodizität hat der eine von uns in einem zusammenfassenden Bericht<sup>3)</sup> zuerst aufmerksam gemacht und auf analoge Erscheinungen hingewiesen, die Winkelmann<sup>4)</sup> bei gewöhnlichen optischen Gittern beobachtete.

<sup>1)</sup> R. Bär, Helv. Phys. Acta **8**, 591, 1935. — <sup>2)</sup> C. V. Raman u. N. S. Nagendra Nath, Proc. Ind. Acad. Sci. **3**, 119, 1936. — <sup>3)</sup> E. Hiedemann, Ergebni. d. exakten Naturwiss. **14**, 219, 1935. — <sup>4)</sup> A. Winkelmann, Ann. Physik (4) **27**, 905, 1908.

Winkelmanns Untersuchungen erstreckten sich auf folgende Erscheinungen bei der Lichtbeugung an optischen Gittern. Ist etwa bei einem Spektrometer das Fernrohr auf Unendlich eingestellt, so beobachtet man im monochromatischen Licht die gewöhnliche Beugungerscheinung, das Zentralbild, begleitet von einer Reihe äquidistanter heller Streifen. Ändert man bei feststehendem Fernrohrobjectiv die Stellung des Okulars, so werden die Streifen zunächst undeutlich bzw. verschwinden. Bei weiterer Verschiebung des Okulars tritt ein neues Streifensystem mit anderem Streifenabstand auf. „Dies wiederholt sich noch vielfach, so daß es noch viele Einstellung des Fernrohres gibt, von denen jedes ein neues Streifensystem liefert.“

Winkelmann untersuchte nun theoretisch und experimentell auch den Spezialfall, daß die Brennweite des Fernrohrobjectivs unendlich wird. Dabei wird das Objektiv natürlich unwirksam und kann ganz fortgelassen werden. Dieser Fall entspricht der optischen Anordnung bei der Sichtbarmachung von Ultraschallwellen (paralleles Licht-Horizontalmikroskop). Die Ergebnisse, die Winkelmann für diesen Spezialfall erhielt, sind kurz zusammengefaßt folgende: Die in der Mikroskopachse gemessenen Abstandsdifferenzen zweier benachbarter Streifensysteme mit maximalem Streifenabstand (in diesem Falle der Gitterkonstanten entsprechend) sind konstant und betragen mit großer Näherung:  $D = b^2/\lambda$  ( $b$  = Gitterkonstante,  $\lambda$  gleich Lichtwellenlänge). In der halben Periodenlänge tritt ein Streifensystem mit der doppelten Streifenzahl auf. Der Abstand der Einstellebene des Mikroskops von der Gitterebene kann auch negativ werden; die zugehörigen Streifenbilder sind dann virtuell und liegen zwischen Gitter und Lichtquelle.

Neuerdings ist über die ähnliche Erscheinung bei Ultraschallwellengittern wieder berichtet worden. Pisharoty<sup>1)</sup> leitete die Periodizität unter der Vorstellung ab, daß bei der Beugung eines parallelen Lichtbündels an einem Schallwellengitter neue Parallelstrahlenbündel auftreten, die den Beugungsspektren zugeordnet sind und in ihrer Richtung gegeben sind durch die Beziehung:  $\sin \alpha_n = n\lambda/\lambda^*$ . In dem Gebiet, in welchem sich die Teilwellenzüge noch überdecken, entsteht durch Überlagerung eine resultierende Wellenfront, deren Modulation während ihres Vorrückens periodischen Änderungen unterliegt. Die Berechnung ist ausgeführt für eine fortlaufende Welle (bei stroboskopischer Beobachtung) und für den Raman-Nathschen Spezialfall, daß die das Schallfeld verlassende Lichtwellenfront nur in der Phase, nicht in ihrer Amplitude moduliert sei. Diese Berechnung, die noch mit einigen Fehlern behaftet war, ist von Nath<sup>2)</sup> ganz allgemein für fortschreitende und stehende Wellen durchgeführt worden. Dabei ist für die

<sup>1)</sup> P. R. Pisharoty, Proc. Ind. Acad. Sci. 4, 27, 1936. — <sup>2)</sup> N. S. Nagendra Nath, ebenda 4, 262, 1936.

bei stehenden Wellen zeitlich periodisch veränderliche, das Schallfeld verlassende Wellenfront, eine mittlere Wellenfront zugrunde gelegt. Unabhängig und fast gleichzeitig ist diese Berechnung auch von Nomoto<sup>1)</sup> angeführt worden.

$d' = 0$

$\frac{1}{2} d'$

$\frac{2}{3} d'$

$d'$

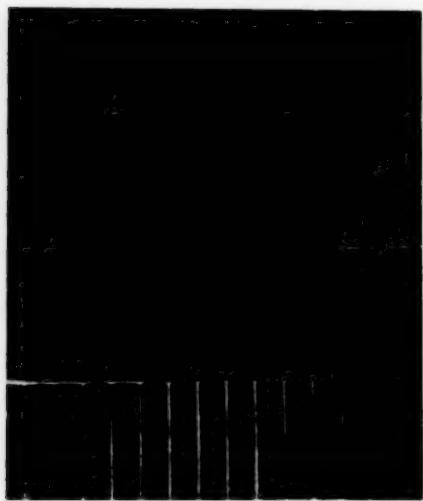


Fig. 1. Abbildungen einer stehenden Ultraschallwelle für verschiedene Abschnitte einer Sichtbarkeitsperiode  $d'$  (nach einer Original-Aufnahme von S. Parthasarathy).

innerhalb der Sichtbarkeitsperiode  $d'$  gegeben. Da eine Prüfung der Beziehung für die Periodenlänge  $d$  bei fortschreitenden Ultraschallwellen bisher

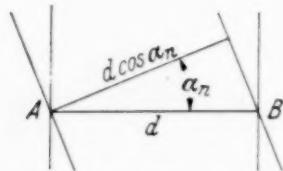


Fig. 2. Zur Ableitung der Periodizitätsbedingung nach N. S. N. Nath.

noch nicht vorliegt, wurde die Erscheinung mit Hilfe eines Kerrzellen-Stroboskops untersucht. Auf eine photographische Wiedergabe der Intensitätsverteilung über die Lichtwellenfronten für verschiedene Lagen innerhalb der Periode  $d$ , die wegen der geringen Lichtstärke mit Schwierigkeiten verbunden ist, wurde verzichtet. Die Gültigkeit der Beziehung  $d = 4 d'$  wurde durch eingehende Messungen bei visueller Beobachtung geprüft und bestätigt. (Der Zusammenhang zwischen den beiden Periodenlängen wird weiter unten an Hand des wellenoptischen Schemas in Fig. 4 anschaulich erläutert.)

Die Periodenlänge  $d$  läßt sich übrigens, wie Nath<sup>3)</sup> gezeigt hat, in folgender Weise elementar ableiten: Von den zur Sekundärinterferenz gelangenden Wellenzügen seien nur diejenigen der 0-ten und der  $n$ -ten Ordnung herausgegriffen und durch je zwei Wellenfronten angedeutet, siehe Fig. 2. Die Periodizitätsbedingung, daß in  $A$  derselbe Interferenzzustand herrsche wie in  $B$ ,

<sup>1)</sup> O. Nomoto, Proc. Physico-Math. Soc. of Japan **18**, 402, 1936. —

<sup>2)</sup> S. Parthasarathy, Proc. Ind. Acad. Sci. **4**, 55, 1936. — <sup>3)</sup> N. S. Nagendra Nath in der zitierten Arbeit von Parthasarathy.

läßt sich mathematisch formulieren durch  $d - d \cdot \cos \alpha_n = p \cdot \lambda$  worin  $p$  eine ganze Zahl bedeutet. Es ist  $\sin \alpha_n = \frac{n \cdot \lambda}{\lambda^*}$ ; daher erhalten wir:

$$d \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{n^2 \cdot \lambda^2}{\lambda^{*2}}}\right) = p \cdot \lambda.$$

Da  $\lambda/\lambda^*$  unter den gewöhnlichen Bedingungen eine sehr kleine Größe ist, kann man die Reihenentwicklung der Wurzel nach den ersten Gliedern abbrechen und erhält:

$$d = \frac{2 p \lambda^{*2}}{n^2 \lambda}$$

als Periodenlänge in der Kombination der 0-ten und der  $n$ -ten Partialwelle. Setzt man noch  $p = k \cdot n^2$  ( $k = 1, 2, 3, \dots$ ), so wird der Ausdruck von  $n$  unabhängig und es ergibt sich als die Periodenlänge, die allen Kombinationen von Partialwellen gemeinsam ist,  $d = \frac{2 k \cdot \lambda^{*2}}{\lambda}$  ( $k = 1, 2, 3, \dots$ ).

Es ergibt sich nun die Frage, wie die von Winkelmann beobachtete Periode  $D = b^2/\lambda$  (die Gitterkonstante  $b$  entspricht natürlich der Schallwellenlänge  $\lambda^*$ ) in die oben erhaltenen Beziehungen einzuordnen ist. Nach der ganz allgemein geführten Berechnung von Nath müßte die Periodenlänge  $d = 2 \lambda^{*2}/\lambda$  auch für optische Gitter gelten, die ja einem fort schreitenden Schallwellengitter bei stroboskopischer Belichtung entsprechen. Für die Beobachtung der von Winkelmann angegebenen kleineren Periode gibt es drei mögliche Gründe<sup>1)</sup>.

1. Setzt man zunächst voraus, daß unter den obwaltenden Bedingungen eine solche Periode beobachtet wird, so kann man rückwärts auf die Kombination der Teillichtwellen schließen, bei der eine solche Periode auftritt. Es ergibt sich, daß in diesem Falle die Lichtwellenzüge ausfallen müßten, die jeweils alle geraden oder alle ungeraden Beugungsordnungen erzeugen. (Bekanntlich gibt es Spezialgitter, die dieser Bedingung genügen. Nach Rayleigh<sup>2)</sup> ist die Intensität der  $n$ -ten Ordnung von dem Verhältnis  $a/b$  des durchlässigen zum undurchlässigen Anteil eines Gitters abhängig. Sie ist gegeben durch den Ausdruck:

$$I_n = K \cdot \frac{1}{n^2 \pi^2} \cdot \sin^2 \frac{a n \pi}{a + b}.$$

Hierach wird die Intensität der  $n$ -ten Ordnung zu 0, wenn  $n$  gleich einem ganzen Vielfachen von  $\frac{a+b}{a}$  wird. Bei einem Gitter, bei dem z. B.  $a = b$  ist, fallen daher alle geraden Beugungsordnungen aus.)

<sup>1)</sup> Nach einer freundlichen brieflichen Mitteilung von Herrn N. S. Nagedra Nath. — <sup>2)</sup> Lord Rayleigh, Phil. Mag. **14**, 81, 193, 1874.

2. Unter den zur Beobachtung gelangenden Lichtwellenfronten (den Streifensystemen) gibt es spezielle Formen, die eine kleinere Periode aufweisen. Wenn z. B. die Voraussetzungen dafür gegeben sind, daß die resultierende Wellenfront an irgendeinem Punkt nur Phasenunterschiede und keine Amplitudenmodulation aufweist, so ist diese Sonderform mit  $\lambda^*2/\lambda$  periodisch. Auch andere Sonderformen der resultierenden Front können nach einem Bruchteil der allgemeinsten Periode wiederkehren.

3. Schließlich kann der Fall zutreffen, daß Winkelmann nicht zwischen sonst gleichartigen Streifensystemen unterschieden hat, die lediglich eine Relativverschiebung von  $b/2$  gegeneinander haben.

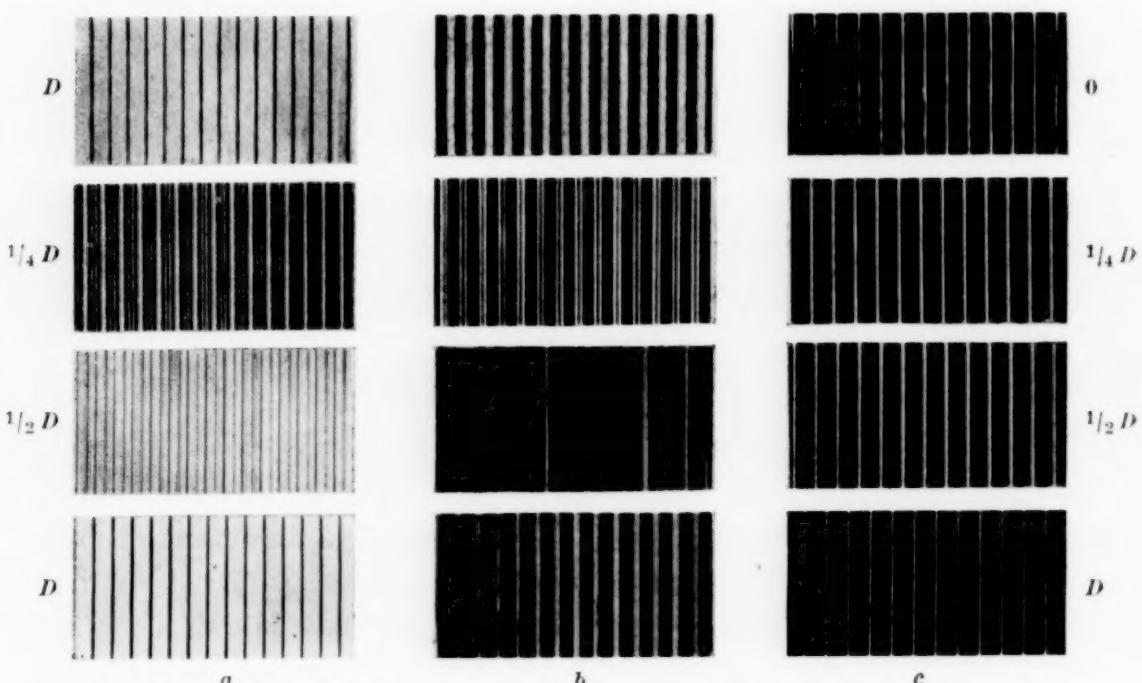


Fig. 3. Sekundärinterferenzen an einigen Punkten der Sichtbarkeitsperiode  $D$  für drei Gittertypen  $a$ ,  $b$ ,  $c$ .

Nach bestimmten Hinweisen in der Winkelmannschen Arbeit konnten die Möglichkeiten 1 und 2 nicht in Betracht kommen. Ob die Möglichkeit 3 in Betracht zu ziehen ist, konnte dagegen aus den Annahmen der Winkelmannschen Arbeit nicht entnommen werden. Es war daher notwendig, die Abbildungsperiodizität in der Winkelmannschen Anordnung (paralleles monochromatisches Licht-Horizontalmikroskop) zu untersuchen; der Allgemeinheit halber wurde dies für verschiedene Gittertypen vorgenommen, insbesondere weil von Winkelmann die beobachteten Erscheinungen nur beschrieben und nicht photographiert worden waren.

In Fig. 3,  $a$  bis  $c$ , sind die Ergebnisse zusammengestellt. Die Serie 3,  $a$ , gibt die Winkelmannsche Periodizität an einem Strichgitter auf Glas

wieder; 3, b, wurde an einem photographischen Schwarzweißgitter und 3, c, an der Photographie eines Ultraschallwellengitters erhalten. Beim ersten Bild jeder Serie ist das Mikroskop auf das Gitter selbst eingestellt. Das letzte Bild stellt jeweils die erste Wiederkehr des Gitterbildes am Ende der Winkelmannschen Periode  $D$  dar. Die beiden mittleren Bilder wurden bei  $\frac{1}{4}D$  und  $\frac{1}{2}D$  erhalten. Allen Serien ist gemeinsam die formgetreue Wiederkehr des Gitterbildes am Ende der Periode, das Auftreten eines Gitters mit der doppelten Streifenzahl bei  $\frac{1}{2}D$  und die Erscheinung einer mehr oder minder komplizierten „Feinstruktur“ in allen andern Abschnitten der Periodenlänge.

Aus der Untersuchung ging eindeutig hervor, daß die erste Wiederkehr des Gitterbildes am Ende der Winkelmannschen Periode mit einer Relativverschiebung um  $b/2$  verknüpft ist, wodurch die grundsätzliche Identität der Sekundärinterferenzen beim optischen und Ultraschallwellen-Gitter eine augenfällige Bestätigung findet.

*Anschauliche Darstellung der Periodizitätserscheinung.* Für die Abbildung der Ultraschall- bzw. optischen Gitter mit ihrer Periodizität der Sekundärinterferenzen und ihren Feinstrukturen läßt sich ein anschauliches Schema konstruieren, wenn man bedenkt, daß bei der Beugung eines parallelen Lichtbündels neue Parallelbündel auftreten, die durch die Richtungsbeziehung  $\sin \alpha_n = n\lambda/\lambda^*$  den einzelnen Ordnungen des Beugungsspektrums zugeordnet sind. Konstruiert man ein solches System von ebenen Wellenzügen, die sich unter den charakteristischen Winkeln überlagern, so erhält man unter Berücksichtigung der Phasen der Komponentenwellen eine Schema der genannten Erscheinung. In Fig. 4 ist eine solche Konstruktion ausgeführt, bei der der Übersichtlichkeit halber nur die Wellenzüge eingezeichnet sind, die Erzeugende der 0-, + 1- und - 1-ten Ordnung sind. Die eingezeichneten flachen Rhomben geben grobqualitativ den Ort und Intensität der bei der Interferenz erhaltenen Helligkeitsmaxima an. Man erkennt ohne weiteres die mit  $2b^2/\lambda$  periodische Wiederkehr des primären Gitterbildes mit der zweimaligen Relativverschiebung um  $b/2$ , sowie das Auftreten eines Bildes mit der doppelten Streifenzahl.

An Hand dieses Schemas läßt sich auch der Zusammenhang der Periodenlängen  $d$  und  $d'$  für fortschreitende und stehende Ultraschallwellen leicht erkennen. Aus dem Schwingungsmechanismus der stehenden Welle folgt, daß während einer Schwingungsperiode zwei Dichteverteilungen und damit beugende Systeme entstehen und vergehen, die zeitlich um eine halbe Periode und räumlich um eine halbe Wellenlänge gegeneinander verschoben

sind. Stellt daher Fig. 4 einen mittleren Zustand der Lichtinterferenzen während einer Halbperiode dar, so ist durch die Superposition eines zweiten solchen Systems mit einer Relativverschiebung um  $b/2$  senkrecht zur Lichtrichtung die Darstellung der Verhältnisse bei einer stehenden Welle modellmäßig möglich. Da die beiden Systeme zeitlich nicht zusammenfallen, sind die Helligkeiten der Einzelsysteme lediglich arithmetisch zu addieren, und man erhält so eine Helligkeitsverteilung, bei der auf Grund dieser „Pseudointerferenz“ die Periodenlänge auf den vierten Teil gebracht ist.

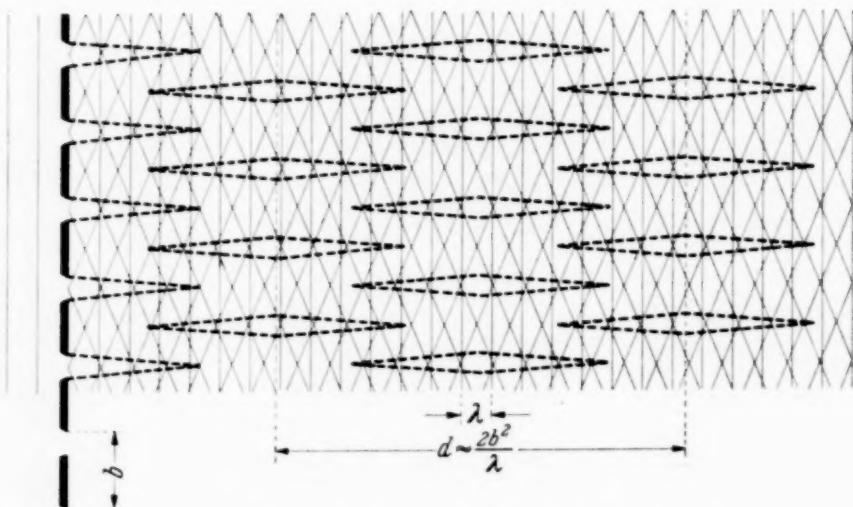


Fig. 4. Schema zur Veranschaulichung der Periodizitätserscheinungen.

Selbstverständlich kann diese Betrachtungsweise nur eine rohe Näherung für den Vorgang geben, da die Intensität der beugenden Dichteverteilungen während einer Halbperiode von 0 bis zu einem Maximum zunimmt und wieder abfällt.

Bei der Betrachtung des Schemas in Fig. 4 wird ohne weiteres klar, daß die Zulassung weiterer Ordnungen von Partialwellen die Mannigfaltigkeit der Interferenzmaxima vermehrt und im allgemeinen Fall zum Auftreten von Feinstrukturen führen muß. Für die an den Periodenenden auftretenden sekundären Gitterbilder bedeutet die Zulassung der höheren Ordnungen jedoch ein wachsendes „Ähnlichwerden“ dem abzubildenden Objekt. Diese Tatsache kann ohne weiteres aus der Beziehung gefolgert werden, daß die Periode  $d = 2b^2 / \lambda$  die kleinste gemeinschaftliche Periode der Wiederkehr eines bestimmten Interferenzzustandes für alle möglichen Kombinationen von Partialwellen ist.

Die Winkelmannsche Anordnung eignet sich sehr gut zur anschaulichen Demonstration des Mechanismus der Bildentstehung durch Sekundär-

interferenzen, wenn aus der Summe der Partialwellen beliebige Ordnungen ausgeblendet werden können. Dies kann in einfacher Weise geschehen, indem man in der gewöhnlichen Gitterbeugungsanordnung am Ort der Beugungsspektren eine Spaltblende von regelbarer Öffnung anbringt, und die in der Folge divergenten Strahlen mit einer weiteren Linse wieder parallel macht.

Einige Bilder sollen den genannten Zusammenhang erläutern. Die drei Bilder *a*, *b*, *c* der Fig. 5 sind Sekundärinterferenzen, die aus dem Zusammenwirken der Partialwellen der 0-ten, der +1-ten und -1-ten Ordnung resultieren und an Punkten der optischen Achse aufgenommen sind, die etwa auf den Anfang, auf  $d/8$  und  $d/4$  der in Fig. 4 markierten Periode  $d$  fallen. Man erhält eine einfache Lichtverteilung, die dem Schema der Fig. 4 entspricht und ohne jede Ähnlichkeit mit dem eigentlichen Gitterbild ist. Die Bilder *a'*, *b'*, *c'* sind an den gleichen Punkten aufgenommen und demonstrieren im Entstehen der Abbildung und der Feinstruktur das Zusammenwirken aller Ordnungen. Für das Zustandekommen der Interferenzen ist es im Prinzip ohne Belang, welche Gruppe von drei nebeneinanderliegenden Beugungsordnungen verwendet wird. Es sind deshalb außer den Bildern der Gruppe -1, 0, +1, bei denen die nullte Ordnung mit überwiegender Intensität beteiligt ist, auch solche der Gruppe 1, 2, 3 aufgenommen worden, die wegen ihrer annähernd gleichen Intensität wesentlich gleichmäßiger sind, wie die Abb. *b''* und *c''* in Fig. 5 zeigen.

Gelegentlich der Untersuchungen über die Kohärenzbeziehungen der bei stehenden Wellen erhaltenen Beugungsordnungen hat auch Bär (l. c.) gezeigt, daß Feinstrukturen bei der Abbildung durch das Zusammenwirken der höheren Ordnungen auftreten. Ist so die grundsätzliche Ähn-

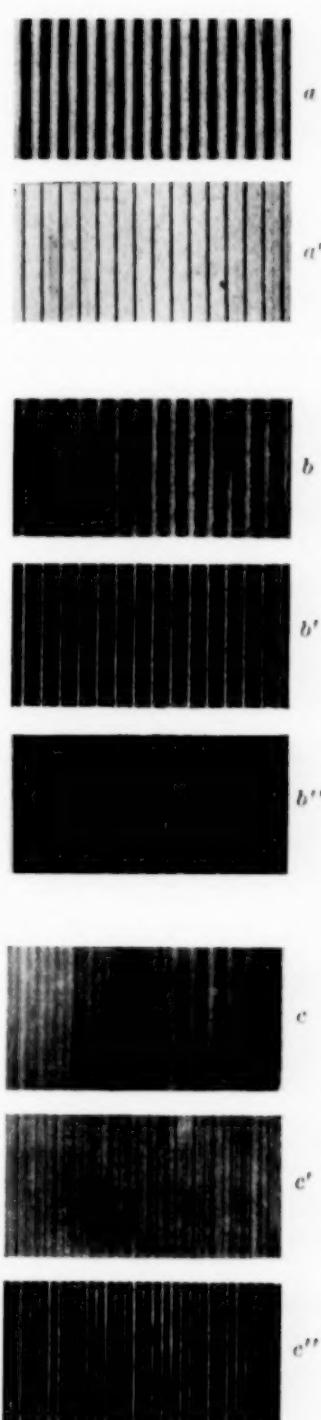


Fig. 5. Sekundäre Gitterbilder, jeweils erhalten aus dem Zusammenwirken von drei nebeneinanderliegenden, und zwar bei *a*, *b*, *c* der -1-, 0-, +1-ten und bei *b''*, *c''* der 1-, 2-, 3-ten, oder von allen — *a'*, *b'*, *c'* — Beugungsordnungen.

lichkeit der Abbildungsmechanismen bei optischen und ultra-akustischen Gittern klargestellt, so ist doch zu beachten, daß von einer Abbildung im strengen Sinne bei einem Schallwellengitter natürlich nicht die Rede sein kann. Man kann ja im Sinne der Theorie von Lucas und Biquard die Schallwelle in gewisser Hinsicht selbst als abbildendes System auffassen. Auch Bär hat darauf hingewiesen, daß im Falle der Abbildung von Ultraschallwellen selbst die Berücksichtigung aller Beugungsordnungen keine Rückschlüsse auf die wirkliche Gestalt der die Spektren erzeugenden Welle erlaubt, da das abzubildende Objekt ein räumlich ausgedehntes ist.

Die beschriebene Winkelmannsche Erscheinung — die fortschreitende und in ihrem Verlauf periodische Verformung der Lichtwellenfront bei der Sekundärinterferenz der Lichtwellenzüge — ist natürlich eine allgemeine Wellenerscheinung und nicht nur auf ihren Verlauf im ungestörten Medium beschränkt.

Wenn daher bei der Einstrahlung von parallelem Licht in das Schallfeld in zunächst geometrisch-optischem Verlauf eine Lichtkonzentration in den Knotenebenen der Schallwelle auftritt, so ist der weitere Verlauf nicht mehr allein vom Zustand der Dichte bzw. des Brechungsexponenten im Schallfelde abhängig. Jede Welle, die längs ihrer Front eine Amplitudenmodulation aufweist, läßt sich durch die Superposition von ebenen Teilwellen aufbauen, deren Richtungen, falls die Modulation nach Art eines Gitters periodisch ist, durch die bekannte Gitterformel gegeben sind. So wird also nach dem ersten Auftreten einer Amplitudenmodulation der Lichtwellenfront neben der Beeinflussung durch den Dichtezustand des Mediums auch die Sekundärinterferenz mit der ihr eigenständlichen Verformung der Lichtwellenfront wirksam. Man erkennt sofort, daß eine rein geometrisch-optische Betrachtung des Lichtverlaufs in Ultraschallwellen nur begrenzte Anwendung finden darf und auf solche Fälle von Intensität des Schallfeldes beschränkt werden muß, wo eine erste Amplitudenmodulation der Lichtwellenfront erst etwa in der Austrittsebene aus dem Schallfeld erzeugt wird.

Aus dem Prinzip der Periodizität der Sekundärinterferenzen kann man auch eine quantitative Beziehung für die Tiefe des Schallfeldes gewinnen, bis zu der eine geometrisch-optische Konstruktion des Strahlenverlaufes noch erlaubt ist.

Man wählt einen solchen Bruchteil der Periodenlänge  $2\lambda_*^2/\lambda$ , für den eine wesentliche Verformung der Lichtwellenfront noch nicht eingetreten ist, und setzt ihn als obere Grenze der Tiefe des Schallfeldes an. Der Bruchteil

der Periodenlänge, für den eine wesentliche Verformung der Wellenfront unter einem definierten Betrag bleibt, ist natürlich von der Zahl der beteiligten Beugungsordnungen abhängig, da nach der Berechnung von Nath (l. c.) die spezielle Periodenlänge für die Kombination der 0-ten und  $n$ -ten Partialwelle  $d_n = 2\lambda^*^2/n^2\lambda$  beträgt. Für Schallwellen, die  $n$  Beugungsordnungen erzeugen, bleibt man also im Gültigkeitsbereich der geometrisch-optischen Betrachtungen, solange die Tiefe des Schallfeldes klein gegen  $d_n$  ist. Da der Gültigkeitsbereich aus der Betrachtung abgeleitet ist, wann eine wesentliche Verformung der Wellenfront eintritt, so gilt er ebenfalls für die vereinfachte Raman-Nathsche Theorie, die ja auf der Annahme einer kleinen Verformung der Wellenfront beruht.

Die Periodizitätsbedingung ist — mindestens implizite — in jeder wellenoptischen Theorie der Beugung von Licht an Schallwellen enthalten. Darum hat z. B. Korff<sup>1)</sup> experimentelle Untersuchungen angestellt, ob das Intensitätsverhältnis der ersten zur nullten Beugungsordnung sich periodisch so mit der Tiefe des Schallfeldes ändert, wie sich aus der von David<sup>2)</sup> weiter fortgeföhrten Brillouinschen Theorie<sup>3)</sup> ergibt. David<sup>4)</sup> hat in anschaulichen Betrachtungen zur Lichtbeugung an schwachen Ultraschallwellen eine Beziehung für den Gültigkeitsbereich der Theorien von Lucas und Biquard (l. c.), sowie von Raman und Nath gewonnen, indem er als obere Grenze für die zulässige Länge des Lichtweges die Strecke setzte, längs der eine Amplitudenmodulation der Lichtwelle in eine Phasenmodulation übergeht, wobei er die gleiche Gültigkeitsbeziehung wie oben erhält. Aus einer Fortführung seiner Überlegungen kann man natürlich auch die Periodizitätsbedingungen von Winkelmann bzw. von Nath erhalten.

Herrn Prof. Dr. H. Falkenhagen sowie der Helmholtz-Gesellschaft sind wir für die Überlassung von Apparaturen zu großem Dank verpflichtet.

*Zusatz bei der Korrektur.* Die Beobachtung der Sichtbarkeitsperiode bei stehenden Ultraschallwellen mittels eines Kerrzellen-Stroboskopes ergab die gleiche Periode  $d$  wie bei fortschreitenden Ultraschallwellen, was ebenfalls in Übereinstimmung mit der Theorie von N. S. N. Nath ist.

Köln, Abt. f. Elektrolyt-Forschung an der Universität.

<sup>1)</sup> W. Korff, Phys. ZS. **37**, 708, 1936. — <sup>2)</sup> E. David, ebenda **38**, 587, 1937. — <sup>3)</sup> L. Brillouin, *La Diffraction de la Lumière par des Ultrasons* (Actualités scientifiques et industrielles No. 59. Hermann & Co, Paris 1933. — <sup>4)</sup> E. David, Phys. ZS. **38**, 592, 1937.

**Zur Kenntnis des Selenphotoelements. I.**  
**Die Einwirkung mittelschneller Kathodenstrahlen.**

Von **A. Becker** und **E. Kruppke** in Heidelberg.

Mit 5 Abbildungen. (Eingegangen am 15. September 1937.)

Es wird die Einwirkung homogener Kathodenstrahlen im Geschwindigkeitsbereich von etwa 1 bis 50 kV auf normale Selenphotoelemente untersucht, um die beobachtbaren Erscheinungen zu Rückschlüssen auf die Struktur der Elemente und den quantitativen Ablauf des inneren Vorgangs zu verwerten. Es zeigt sich, daß das Verhalten der Elemente gegen Kathodenstrahlen, insbesondere die Abhängigkeit der Erscheinung von der Strahlgeschwindigkeit, einen neuen Weg weist zur Erweiterung unserer im wesentlichen auf optischen Beobachtungen fußenden Kenntnis dieser eigenartigen Stromquellen. Die neuen Befunde lassen außerdem erkennen, wieweit es in praktischer Hinsicht möglich ist, diese Zellen etwa zu Kathodenstrahlmessungen zu verwenden.

Trotz der zahlreichen Untersuchungen, welche die Photoelemente bisher erfahren haben, können die für das Auftreten und die Größe der photoelektromotorischen Kraft maßgebenden Feinheiten der inneren Struktur und des elektrischen Vorgangs noch nicht als ausreichend bekannt bezeichnet werden. Wenn man in den letzten Jahren einen Fortschritt von der Untersuchung der Zellenempfindlichkeit im Röntgenstrahlgebiet zu erreichen suchte, so blieb dabei die Möglichkeit der exakten quantitativen Aussage erheblich beschränkt durch die Schwierigkeit einer zuverlässigen Festlegung der wirksamen Strahlenenergie. Es liegt hier auch für eine eindeutige Auswertung der Beobachtung die prinzipielle Schwierigkeit wenig einheitlicher Versuchsbedingungen vor, da stets mit erheblicher Inhomogenität und geringer örtlicher Definiertheit der seitens der Hochfrequenzstrahlung in der Zelle lichtelektrisch erregten Elektronenstrahlung zu rechnen ist, die ja letzten Endes für die beobachtbare Wirkung verantwortlich ist.

In der vorliegenden Arbeit wird daher der Versuch unternommen, den einfachen Elementarvorgang der Einwirkung homogener Kathodenstrahlen auf das Photoelement systematisch zu verfolgen. Da sowohl die Geschwindigkeit als auch die Anzahl der wirksamen Elektronen jederzeit einwandfrei angebbar ist, so haben wir es hier am ehesten mit denjenigen reinen Bedingungen zu tun, die die Voraussetzung sind für eindeutige und

theoretisch verwertbare Folgerungen. Über die Wirkung von Kathodenstrahlen auf Photoelemente sind uns aus dem vorliegenden Schrifttum nur einige Beobachtungen von Rupp<sup>1)</sup> an Strahlen unter 500 Volt und eine kurze Bemerkung von Lange<sup>2)</sup> in dessen Buch bekannt geworden.

**1. Die untersuchten Photoelemente.** Die Untersuchung erstreckt sich im wesentlichen auf fünf Selen-Vorderwandzellen der S. A. F. Nürnberg, die sich dadurch voneinander unterscheiden, daß die die Vorderelektrode bildende Zerstäubungsschicht (Gold) durch Variation der Bestäubungsdauer unter sonst unveränderten Bedingungen eine verschiedene Dicke erhalten hat<sup>3)</sup>. Um, wie es für die Deutung der Versuchsergebnisse erforderlich ist, Angaben über diese Dicke machen zu können, wurde mit jeder Zelle gleichzeitig eine unmittelbar neben ihr befindliche Glasplatte bestäubt. Wir haben die Veränderung des bei kleinem Außenwiderstand gemessenen Photostroms einer normalen Zelle durch Vorschalten dieser Platten sowohl im Lichte einer Nernst-Lampe als in dem einer Natriumdampflampe festgestellt und verzeichnen die Ergebnisse in der zweiten und dritten Reihe der folgenden Tabelle 1. Da die Maximalempfindlichkeit der Zellen nur wenig unterhalb der Wellenlänge des gelben Natriumlichtes liegt, so ist eine systematische Abweichung beider Meßreihen voneinander kaum zu erkennen, und die sich zeigenden geringen Unterschiede sind jedenfalls zu einem Teil durch die nicht vollständige Homogenität der Zerstäubungsschichten zu erklären. Wenn wir die mit beiden Lichtarten ermittelten Durchlässigkeiten jeder Schicht zu einem Mittel vereinigen, wie es in der vierten Reihe der Tabelle sich findet, so dürfte dies mit guter Annäherung das optische Verhalten unserer Goldschichten für eine nur um wenig unterhalb der Natriumlinie liegende Wellenlänge wiedergeben. Der Zusammenhang der Lichtdurchlässigkeit von Goldzerstäubungsschichten in diesem Wellengebiet mit der Schichtdicke ist nun kürzlich in für unsere Zwecke gut geeigneter Weise bekannt geworden<sup>4)</sup>. Es ergeben sich danach für unsere Schichten die in der fünften Reihe der Tabelle genannten Dicken. Für die dickste Schicht kommt man etwa zum gleichen Zahlenwert auf Grund älterer Messungen<sup>5)</sup> über die Durchlässigkeit des Goldes für Natriumlicht. Dagegen würden diese älteren Feststellungen für die dünneren Schichten zweifellos zu große Dickenwerte geben.

<sup>1)</sup> E. Rupp, ZS. f. Phys. **80**, 481, 1933. — <sup>2)</sup> B. Lange, Die Photoelemente und ihre Anwendung, 1. Teil, S. 98, 1936. — <sup>3)</sup> Dieselben wurden für uns in dankenswerter Weise durch Herrn Dr. E. Kipphan hergestellt. — <sup>4)</sup> F. Goos, ZS. f. Phys. **106**, 608, 1937. — <sup>5)</sup> E. Hagen u. H. Rubens, Ann. d. Phys. **8**, 432, 1902; vgl. auch H. J. Walker, ebenda **10**, 194, 1903.

Tabelle 1.

Bezeichnung der untersuchten Zellen				
1	2	3	4	5
Photostrom durch Schwächung des Nernst-Lampenlichtes in der Zerstäubungsschicht erniedrigt auf				
74	59	57,5	45	26,5%
Photostrom durch Schwächung des Natriumlichtes in der Zerstäubungsschicht erniedrigt auf				
70,4	63	61,1	46,5	34,5%
Mittelwerte der Durchlässigkeit				
72,2	61	59,3	45,7	30,5%
Dicke der Zerstäubungsschicht				
2,2	4	4,5	13,5	25,6 m $\mu$
Beobachtete Photospannung in mV/Lux bei 4,5 cm $^2$				
0,79	0,73	0,75	0,48	0,50
Photospannung berechnet auf gleiche wirksame Intensität in mV/Lux				
0,96	1,07	1,12	0,88	1,47
Beobachteter Photostrom in $\mu$ A/Lux bei 4,5 cm $^2$				
0,083	0,200	0,176	0,152	0,059
Photostrom berechnet auf gleiche wirksame Intensität in $\mu$ A/Lux				
0,11	0,33	0,29	0,33	0,19

Die Tabelle enthält gleichzeitig zur vollständigen Charakterisierung unserer Zellen absolute Angaben über deren Lichtempfindlichkeit, die mit der Hefner-Lampe als Lichtquelle festgestellt worden ist. Wir haben die durchweg 32 mm Durchmesser besitzenden Zellen bei allen Messungen derart in einer Fassung gehalten, daß eine zentrale Fläche von 4,5 cm $^2$  Fläche gleichmäßiger Bestrahlung ausgesetzt werden konnte. Die Photospannung ist statisch mit dem Quadrantelektrometer und der Photostrom mit einem Zeigergalvanometer mit einer Empfindlichkeit von  $4,8 \cdot 10^{-7}$  A/Skt. und einem inneren Widerstand von  $75 \Omega$  bestimmt worden. Wir führen in der Zusammenstellung schließlich diejenigen Werte der Spannung und des Stromes an, die bei einer Beleuchtungsstärke von 1 Lux hinter der Zerstäubungsschicht zu erwarten wären. Dabei ist berücksichtigt, daß die Spannung durch die Lichtabsorption in der Goldschicht in anderem Maße verändert wird als der Strom. Man sieht, daß nach Ausschaltung der Lichtabsorption die Zellen 2 bis 4 bezüglich der Stromstärke etwa gleiche Empfindlichkeit besitzen, während die geringste und die stärkste Bestäubung

ungünstigere Verhältnisse liefern. Bemerkenswert ist andererseits die relativ hohe Photospannung der Zelle 5, und auch die Zelle 1 tritt hier kaum gegen die anderen zurück.

Die gefundenen Werte ermöglichen, wenn sie sich auch nicht auf die Wirkung homogenen Lichtes beziehen, wenigstens einen großenordnungsmäßigen Überblick über die *Ausbeute der lichtelektrischen Wirkung* in unseren Photoelementen. Ein Strom von  $0,33 \mu\text{A}$  entspricht dem Durchgang von  $2 \cdot 10^{12}$  Elektronen/Sek. durch den belichteten Zellenquerschnitt. Der Beleuchtungsstärke von 1 Lux kommt unter unseren Versuchsbedingungen ein Lichtstrom von  $93 \cdot 10^{-8} \text{ cal/Sek.}$  oder rund  $10^{13}$  Lichtquanten/Sek. mittleren Lichtes zu. Da der größere Teil der sichtbaren Hefner-Lampenstrahlung lichtelektrisch nur wenig wirksam ist, so darf offenbar mit einer großenordnungsmäßigen Gleichheit der Zahl wirksamer Lichtquanten und zum Photostrom beitragender Elektronen gerechnet werden.

Zur weiteren Definition unserer Zellen sei schließlich deren Dunkelcharakteristik angegeben, die über die Widerstandsverhältnisse der unbelichteten Zellen in beiden Stromrichtungen Aufschluß gibt. Wie Fig. 1 zeigt, stimmen die Zellen 2, 3 und 5 im wichtigeren positiven Gebiet nahe überein, während die Zelle 1 einen relativ großen und die Zelle 4 einen relativ kleinen Widerstand besitzt, wie sich dies auch noch bei Belichtung in dem Verhältnis von Spannung und Strom (Tabelle 1) kenntlich macht. Beim Vergleich der beiden Stromrichtungen miteinander ist der verschiedene Ordinatenmaßstab in Fig. 1 zu beachten.

2. *Die Einwirkung von Kathodenstrahlen.* Die Versuchsanordnung für die Kathodenstrahluntersuchung wird schematisch durch Fig. 2 veranschaulicht. Die aus dem Fenster *F* einer Glühkathodenröhre im Vakuum

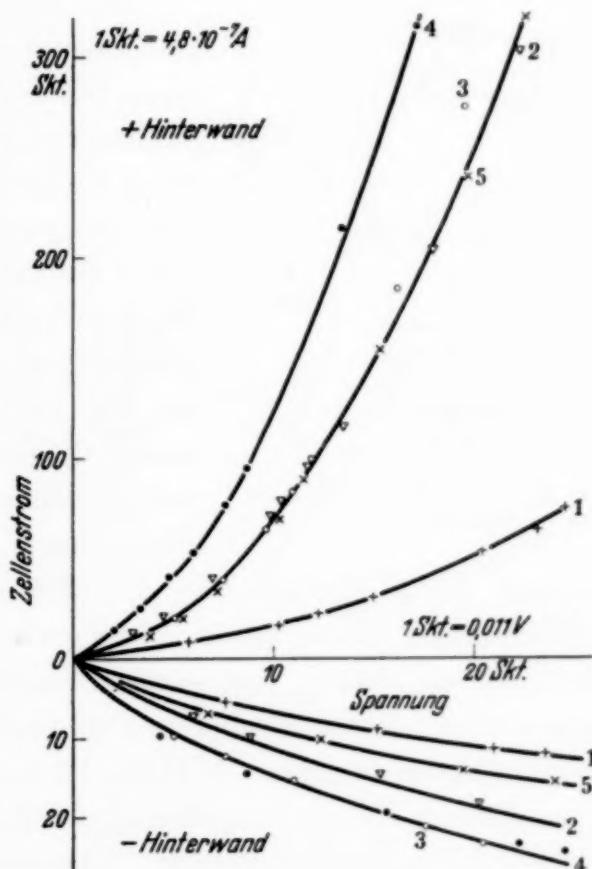


Fig. 1. Dunkelcharakteristik der Zellen.

austretenden Elektronen treffen durch zwei geeignet angeordnete Blenden hindurch auf die Zelle  $Z$ , wo sie eine zentrale Fläche von etwa  $2 \text{ cm}^2$  nahe gleichmäßig bestrahlen. Die Vorderwand der Zelle bildet zusammen mit der Fassung den Boden eines isolierten Faraday-Käfigs  $K$ , während die Hinterwand ebenfalls isoliert nach außen abgeleitet wird. Das Ganze befindet sich statisch geschützt in einer geerdeten Metallhülle, die mittels einer bei  $P$  angeschlossenen Diffusionspumpe evakuiert wird.

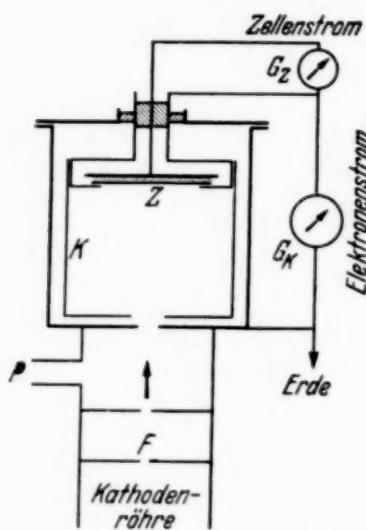


Fig. 2. Versuchsanordnung (schematisch).

zweiten Käfig ersetzen und den über jeden Käfig einzeln abfließenden Elektronenstrom ermittelten. Wenn wir auf den auf diesem Wege gefundenen Bruchteil des mit  $G_K$  gemessenen Gesamtstroms, der die auf das Photoelement auftreffende Strahlintensität angibt, im folgenden die beobachtbare Strahlwirkung beziehen, so bleibt zu beachten, daß ein Teil dieser Elektronen in der Zerstäubungsschicht rückdiffundiert wird und die Zelle daher ohne Wirkung auf sie verläßt. Andererseits wird dieser Wirkungsausfall teilweise kompensiert werden können durch eine vermehrte Wirkung solcher Elektronen, die erst aus den wirksamen Teilen der Zelle rückdiffundiert werden. Jedenfalls kann die auf die Zelle primär auftreffende Intensität praktisch als eindeutige Bezugsgröße für die jeweilige Zelle gelten. Erst der Vergleich der verschiedenen Zellen miteinander oder die Frage nach der „wirksamen“ Intensität macht jedenfalls die Berücksichtigung der Intensitätsschwächung durch die Zerstäubungsschicht erforderlich. Eine Störung der Meßwerte durch Oberflächensekundärstrahlung ist durch die Käfiganordnung ausgeschlossen.

Der durch die Bestrahlung hervorgerufene *Zellenstrom*, der in allen hier beobachteten Fällen die gleiche Richtung hat wie bei der Erregung durch

Licht, wird in dem Zeigergalvanometer  $G_Z$  gemessen, das bei einem inneren Widerstand von  $189 \Omega$  eine Stromempfindlichkeit von  $6 \cdot 10^{-6} \text{ A/Skt.}$  besitzt und Zehntel Skalenteile noch gut schätzen läßt.

Zur Strahlbeschleunigung dient eine große Stabilovoltanlage, deren Spannung beliebig variierbar und mit großer Genauigkeit statisch meßbar ist. Um die Lichtwirkung des Glühdrahtes auf die Zellen auszuschalten und um auch eine möglichst gleichmäßige Bestrahlung der freien Zellenoberfläche zu erzielen, wurde das Fenster  $F$  im Gebiet der rascheren Strahlen mit einer Aluminiumfolie von etwa  $0,2 \mu$  Dicke bedeckt. Im Bereich der langsameren Strahlen wurde eine offene Fensteröffnung benutzt und die Lichtwirkung durch geeignete geometrische Anordnung einer nur schwach glühenden Elektronenquelle so weit herabgesetzt, daß nur noch eine kaum nennenswerte Korrektur erforderlich wurde.

Der Gang des Zellenstromes  $J_Z$  mit der auftreffenden Elektronenstromstärke  $J_K$  wird aus Fig. 3 für die beiden Strahlgeschwindigkeiten von 5 und 20 kV ersichtlich. Es zeigt sich keine Linearität, sondern ein langsameres Anwachsen von  $J_Z$  mit  $J_K$ . Bei der größeren Strahlgeschwindigkeit wächst

der zur gleichen Bestrahlungsintensität gehörige Zellenstrom durchweg mit der zunehmenden Bestäubung. Bei der kleineren Strahlgeschwindigkeit macht die am stärksten bestäubte Zelle 5 von diesem Verhalten eine Ausnahme. Es ist dies offenbar dem überwiegenden Einfluß der Strahlabsorption in der Bestäubungsschicht zuzuschreiben. Zur Beurteilung der Versuchsgenauigkeit ist noch zu bemerken, daß die eingezeichneten, den durchlaufenden Kurven sich sehr befriedigend anpassenden Beobachtungspunkte nicht etwa in stetigem Fortschreiten der Bestrahlungsstärke in bestimmter

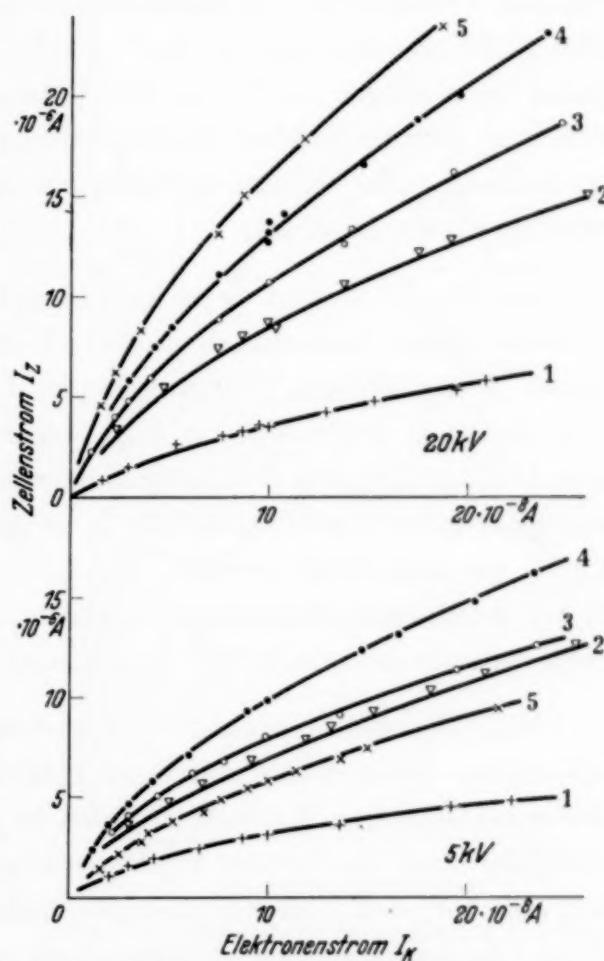


Fig. 3. Zusammenhang zwischen Zellen- und Elektronenstrom.

Richtung, sondern in ganz unregelmäßiger, durch die jeweilige zufällige Einstellung der Strahlintensität sich ergebenden Reihenfolge erhalten worden sind. Damit ist die gute zeitliche Konstanz der Eigenschaften der Zellen und das Fehlen von verändernden Bestrahlungseinflüssen in den betrachteten Fällen erwiesen. Wir haben auch in anderen Fällen weder erhebliche Ermüdung noch mangelnde Haltbarkeit der Zellen beobachten können, solange kleine Bestrahlungsstärken (in dem aus unseren Versuchsangaben ersichtlichen Größenbereich) und Strahlgeschwindigkeiten unter etwa 50 kV benutzt worden sind. Große Strahlintensitäten vermögen die Zellen zu zerstören, und über 50 kV haben wir auch bei geringerer Bestrahlung Empfindlichkeitseinbußen festgestellt, die im allgemeinen mit der Zeit mehr oder weniger rückgängig waren. Auf diese Erscheinung gehen wir hier nicht näher ein.

Aus Fig. 3 erkennt man ferner, daß der Zellenstrom in allen mitgeteilten Fällen beträchtlich größer ist als der ihn erregende Elektronenstrom. Wenn wir das Verhältnis beider  $J_Z/J_K = \eta$  als *praktische Ausbeute* bezeichnen, so ergibt sich für diese wegen der Nichtlinearität der Kurven eine Abhängigkeit von der Bestrahlungsstärke in dem Sinne einer Abnahme mit wachsender Strahlintensität. Es möge dies an einigen Beispielen durch Fig. 4 veranschaulicht werden. Die Erscheinung ist der bei Erregung der Zellen durch Licht bekannten analog und wesentlich bestimmt durch die nicht verschwindende Größe des äußeren Widerstandes.

Die festgestellte praktische Ausbeute ist im allgemeinen eine recht erhebliche. Es wird dies durch die beträchtliche Sekundärstrahlerzeugung der mittelschnellen Kathodenstrahlen in der Zelle verständlich. Um den *Gang der Ausbeute mit der Strahlgeschwindigkeit* zu übersehen, betrachten wir den bei verschiedenen Geschwindigkeiten einem konstant gehaltenen Wert des auffallenden Elektronenstromes zugehörenden Zellenstrom. Welcher konstante Wert von  $J_Z$  dabei gewählt wird, ist für den qualitativen Überblick nicht sehr wesentlich. Wir geben in den Kurven der Fig. 5 diejenigen Verhältnisse wieder, die bei der Bestrahlung unserer Zellen mit einem Elektronenstrom von jeweils  $10^{-7} \text{ A}$  vorliegen. Wenn wir die Beobachtungspunkte durch gerade Linien verbunden haben, so soll damit nur ihre Zusammengehörigkeit hervorgehoben und nicht etwa die Zulässigkeit eines graphischen Ausgleichs der kleinen Auf- und Niedergänge der Kurven prinzipiell abgelehnt werden. Für die Verhältnisse charakteristisch und unzweifelhaft ist jedenfalls der erst rasche und dann langsamer weitergehende Anstieg der Werte zu einem mehr oder weniger ausgeprägten Maximum mit

einem nachfolgenden allmählichen Abfall nach den größeren Strahlgeschwindigkeiten hin.

Bei der Beurteilung dieses Bildes ist zu beachten, daß wir es hier mit dem Gang der „praktischen“ Ausbeute zu tun haben, sofern wir den auftretenden Zellenstrom auf die die Zelloberfläche in der Zeiteinheit treffende Elektronenmenge beziehen. Für das Verständnis der Erscheinungen

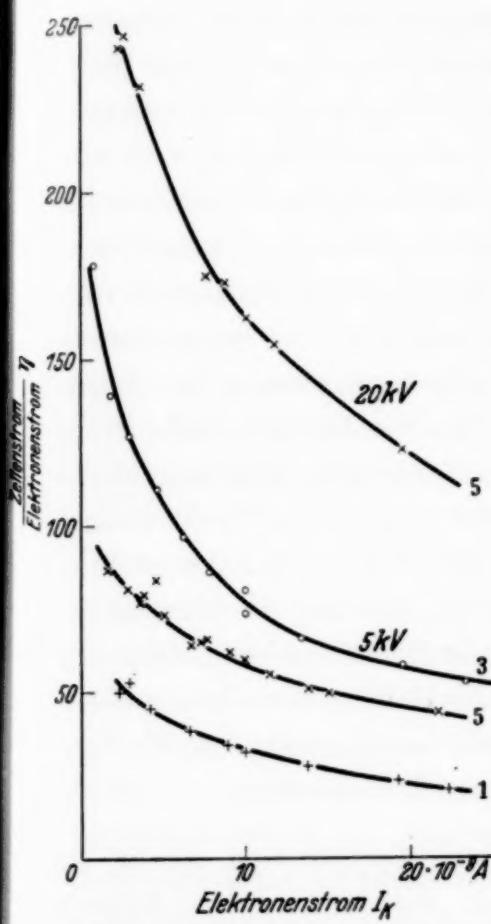


Fig. 4. Abhängigkeit des Stromverhältnisses  $\eta$  von der erregenden Intensität.

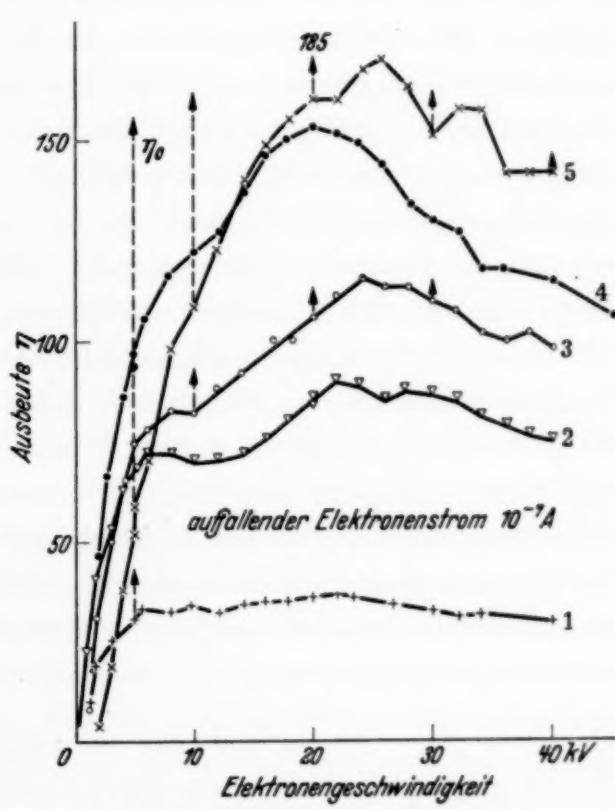


Fig. 5. Abhängigkeit der praktischen Ausbeute von der Strahlgeschwindigkeit.

wichtiger ist demgegenüber die „reine“ Ausbeute, unter welcher diejenigen Werte verstanden seien, welche den Zellenstrom zu der nach Durchdringung der metallischen Zerstäubungsschicht vorhandenen Elektronenmenge in Beziehung setzen.

Um zu diesen Werten der *reinen Ausbeute* zu kommen, muß die durch Rückdiffusion und Absorption erfolgende Schwächung der Strahlintensität durch die Zerstäubungsschichten berücksichtigt werden. Dies bringt im Geschwindigkeitsbereich oberhalb 20 kV kaum irgendeine Unsicherheit

in die Ergebnisse hinein. Denn man kann hier mit gut gesicherter Erfahrung über den auf die Dichteinheit bezogenen Absorptionskoeffizienten  $\alpha/D$  und über die genäherte Gültigkeit des Massenproportionalitätsgesetzes der Absorption rechnen. Man findet, daß in diesem Bereich die Dicken aller unserer Zerstäubungsschichten nicht über die Parallelfalldicke<sup>1)</sup> hinausgehen, so daß merkliche Rückdiffusion nicht in Betracht kommt und auch die Durchlässigkeit so gut ist, daß für die reine Ausbeute  $\eta_0$  nur wenig gesteigerte Werte gegenüber der praktischen Ausbeute erhalten werden. Wir haben in Fig. 5 einige wahrscheinliche  $\eta_0$ -Werte durch Pfeilspitzen bei den Kurven 1, 3 und 5 eingetragen. Die erforderliche Korrektion bleibt im betrachteten Bereich bei der Zelle 1 völlig unmerklich, tritt mit wachsender Schichtdicke (vgl. Zelle 3) etwas deutlicher hervor und nimmt aber erst bei der größten Dicke (Zelle 5) erheblichere Werte an. Beim Übergang zu den kleineren Geschwindigkeiten begegnet die Korrektion der Kurven größerer Schwierigkeit, da die Kenntnis der Absorption gerade hier, wo ihr Einfluß erheblicher wird, noch sehr unvollständig ist. Wenn wir versuchen, die Absorptionskoeffizienten des Goldes unterhalb 20 kV mit Hilfe des Massenproportionalitätsgesetzes denjenigen direkten Durchlässigkeitsmessungen zu entnehmen, welche der eine von uns<sup>2)</sup> vor einiger Zeit für Nickel durchgeführt hat, so findet sich, daß nur bei der größten Schichtdicke (Zelle 5) unterhalb 5 kV eine Überschreitung der Parallelfalldicke stattfindet, so daß nur in diesem Falle ein Rückdiffusionseinfluß sich deutlich bemerkbar machen wird. Die infolge des gleichzeitigen Absorptionseinflusses erforderliche vermutliche Korrektion scheint hier das Kurvenmaximum nach kleinerer Geschwindigkeit hin zu verschieben.

Trotz der Unsicherheit der erforderlichen Korrektionen gerade im Bereich der kleinen Strahlgeschwindigkeiten darf offenbar geschlossen werden, daß der Kurvencharakter auch hinsichtlich des  $\eta_0$ -Ganges im wesentlichen gegenüber dem beobachteten erhalten bleibt, während es zunächst noch unentschieden bleiben muß, mit welcher Sicherheit die Lage des Hauptmaximums definiert ist und ob sich dem allgemeinen Kurvenverlauf noch mehr oder weniger ausgeprägte Maxima tatsächlich übergelagert erhalten, oder ob sie bei zutreffender Korrektion der Werte verschwinden würden. Man sieht, daß eine vollständigere quantitative Erfassung des Erscheinungsgebietes wesentlich an gründlichere Kenntnis des Durchgangs

<sup>1)</sup> Vgl. P. Lenard, Quantitatives über Kathodenstrahlen aller Geschwindigkeiten, 1918, S. 243. P. Lenard u. A. Becker, Handb. d. Exper. Phys. **14**, 358, 1927. — <sup>2)</sup> A. Becker, Ann. d. Phys. **84**, 788, 1927.

langsamer Elektronen durch Materie gebunden ist. Zunächst kann aber auch ohne solche ausreichende Kenntnis folgendes geschlossen werden:

Aus der Abnahme der Wirkung nach großen Strahlgeschwindigkeiten hin geht hervor, daß es nicht die *totale* Sekundärstrahlung ist, welche sich im Zellenstrom äußert. Wir haben für letzteren vielmehr die *differentiale* Sekundärstrahlung verantwortlich zu machen, d. i. diejenige sekundäre Elektronenmenge, welche der Primärstrahl, ohne sich voll zu erschöpfen, in einer begrenzten „wirksamen“ Schicht der Zelle erzeugt. Wir wissen, daß die differentiale Sekundärstrahlung nach den größeren der von uns benutzten Geschwindigkeiten hin langsam abfällt, wie es auch die reine Ausbeute tut. Wenn das Maximum der Ausbeute bei einer größeren Primärstrahlgeschwindigkeit zu liegen scheint, als sie im allgemeinen für das Optimum der Sekundärstrahlerzeugung bekannt ist, so wird dies aus der Tatsache verständlich, daß für das erstere die Absorption sowohl der primären als der sekundären Kathodenstrahlen bestimmt ist. Jedenfalls kann aus unseren Beobachtungen qualitativ auf eine relativ sehr geringe Dicke der wirksamen Schicht geschlossen werden, womit wir in Übereinstimmung mit bisherigen Vorstellungen sind.

Vielleicht ist die „wirksame Schicht“ lediglich definiert durch die Substanzdicke, aus welcher die erzeugten Sekundärelektronen noch die metallische Vorderwand erreichen können. Dann würde der Schluß auf Unabhängigkeit dieser Schicht von der Primärstrahlgeschwindigkeit in der bekannten<sup>1)</sup> nahen Unabhängigkeit der Sekundärstrahlgeschwindigkeit von der erregenden primären Elektronenenergie eine Stütze finden. Für das wirksame sichtbare Licht wäre von ihr auf Grund der nachgewiesenen Quantenausbeute zu verlangen, daß sie dasselbe nahe völlig absorbiert. Eine praktische Identität derselben für beide Erscheinungsgebiete scheint nicht notwendig zu sein, da die Wirksamkeit unserer Zellen für Kathodenstrahlen und für Licht nicht parallel geht. Mit unseren Ergebnissen ist auch die Kenntnis der Zellenerregung durch Röntgenstrahlen in Einklang. Da die Wirkung dieser Strahlen ganz auf diejenige der bei ihrer Absorption lichtelektrisch erregten Elektronen zurückgeht, so wird die Zunahme des Photostromes mit wachsender Wellenlänge<sup>2)</sup> aus der wachsenden Absorption der Strahlen in der wirksamen Schicht verständlich, und die Erscheinung verläuft im übrigen ganz im Sinne der hier verfolgten Kathodenstrahlwirkung.

<sup>1)</sup> A. Becker, Ann. d. Phys. **78**, 228, 253, 1925; K. H. Stehberger, ebenda **86**, 825, 1928. — <sup>2)</sup> Vgl. K. Scharf u. O. Weinbaum, ZS. f. Phys. **80**, 465, 1933.

Eine Weiterverfolgung der Eigenschaften der Photozelle muß sich betont den quantitativen Verhältnissen und einem Vergleich derselben bei den verschiedenen Erregungsbedingungen zuwenden. Eine, wie wir erkannt haben, wichtige Frage zur näheren Charakterisierung der „wirk-samen Schicht“ ist die nach der Absorption der verschiedenen erregenden Strahlen und dem Umfang ihrer Elektronenerregung. Von der Seite der Kathodenstrahlwirkung her sind namentlich von der Verwendung langsamer Strahlen als Sonde weitere Erfolge zu erwarten.

Wir haben dankbar die große Unterstützung hervorzuheben, welche diese Untersuchung seitens der Direktion der S. A. F. Nürnberg und ihres Mitarbeiters Dr. E. Kipphan erfahren hat. Für Hilfe bei den Messungen danken wir unserem Kameraden F. Wecker.

*Heidelberg, Philipp Lenard-Institut der Universität.*

---

## Über den Stark-Effekt einiger Singulettlinien in Erdalkalienspektren.

Von **Börje Svensson** in Lund.

Mit 6 Abbildungen. (Eingegangen am 15. September 1937.)

Es wird über eine experimentelle Untersuchung des Stark-Effektes einiger Singulettlinien des Cadmiums  $\lambda 4663 \text{ Å}$  und  $\lambda 6439 \text{ Å}$ , und des Zinks  $\lambda 4630 \text{ Å}$  berichtet. Versuche werden ausgeführt, die erhaltenen Resultate zusammen mit älteren Untersuchungen des Stark-Effektes des Magnesiums und des Calciums mit der Unsöld'schen Theorie des quadratischen Stark-Effektes zu interpretieren.

Der Stark-Effekt der Metallatome ist experimentell nicht so durchgearbeitet, wie der Stark-Effekt des Wasserstoffs und der Edelgase. Eine Übersicht über die bis 1927 erhaltenen Resultate findet man in Wien-Harms „Handbuch der Experimentalphysik“, Bd. XXI<sup>1</sup>), und seitdem sind betreffs der meisten Metallatome nicht so viele Untersuchungen ausgeführt worden. Die Absicht dieser Untersuchung ist: 1. den Stark-Effekt einiger Singulettlinien, 2  $P-4D$  von Cadmium und Zink und 2  $P-3D$  von Cadmium, experimentell zu untersuchen und 2. die erhaltenen Resultate zusammen mit älteren Untersuchungen<sup>2</sup>) anderer Elemente, Magnesium und Calcium, von demselben Spektraltypus mit den zugänglichen Theorien zu interpretieren. Es wäre in diesem Zusammenhang von großem Interesse, die Verschiebungen innerhalb einer Spektralserie zu verfolgen. Die experimentellen Verhältnisse sind aber sehr ungünstig, da der Intensitätsabfall innerhalb der betreffenden Serien<sup>3</sup>) ziemlich groß ist, so daß es schwierig ist, mehrere Glieder zu erhalten.

Im Spektrum des Zinks und Cadmiums sind von Ritter<sup>4</sup>), Nagaoka und Sugiura<sup>5</sup>), Schüler<sup>6</sup>), Depperman<sup>7</sup>) und Fujioka<sup>8</sup>) mehrere Linien der diffusen Triplettnebenserie auf ihren Stark-Effekt untersucht worden. Von einigen der obengenannten Autoren, Nagaoka und Sugiura

<sup>1</sup>) W. Wien u. F. Harms, Handb. d. Experimentalphys. XXI, 478 u. weiter (J. Stark), 1927. — <sup>2</sup>) T. Takamine u. N. Kokubu, Mem. of Coll. of Sci. **3**, 173, 1918. — <sup>3</sup>) K. Larché, ZS. f. Phys. **67**, 440, 1931. — <sup>4</sup>) M. Ritter, Ann. d. Phys. **59**, 170, 1919. — <sup>5</sup>) H. Nagaoka u. Y. Sugiura, Jap. Journ. of Phys. **3**, 45, 1924. Der Stark-Effekt bei Cd ist von Nagaoka u. Sugiura zwar nicht besprochen, aber durch eine Photographie dargestellt, auf der man eine starke Verbreiterung vieler Linien sieht. — <sup>6</sup>) H. Schüler, ZS. f. Phys. **35**, 323, 1926. — <sup>7</sup>) Ch. E. Depperman, Astrophys. Journ. **63**, 33, 1926. — <sup>8</sup>) Y. Fujioka, Sc. Pap. Inst. of Phys. and Chem. Res. **5**, 45, 1926.

sowie Depperman, sind auch die Linien der diffusen Singulettnebenserie zum Gegenstand von Stark-Effektuntersuchungen gemacht, doch ist kein meßbarer Effekt in dem Singulettpektrum gefunden worden. Verbreiterungen von Cd- und Zn-Linien, die auf Stark-Effekt hindeuten, sind von verschiedenen Forschern<sup>1)</sup> wahrgenommen worden.

*Experimentelle Anordnung.* Die Untersuchung wurde nach der Stark-Lo-Surdoschen Kathodenschichtmethode ausgeführt. Das Entladungsrohr ist dem von Stark, von Hardtke und Liebert und von Ryde<sup>2)</sup> benutzten Typus ähnlich, ist aber in dieser Untersuchung ein wenig modifiziert. Teils ist es aus Pyrexglas statt wie früher aus Quarz hergestellt, und teils sind beide Enden des Entladungsrohrkörpers mit einem Schliff versehen. Nicht nur die Kathode, sondern auch die Anode ist mit einem Antischliff fest verbunden. Bei dieser Einrichtung ist es sehr leicht, das Entladungsrohr zu reinigen, was infolge der großen Kathodenerstäubung der Zink- und Cadmiumkathode ziemlich häufig vorgenommen werden muß.

Um das Zink- und Cadmiumspektrum zu erhalten, wurden teils die Kathoden aus Zink bzw. Cadmium gemacht, und teils wurde in den obersten Teil einer Aluminiumkathode oder einer Nickelkathode ein Loch (Durchmesser 1 mm und Tiefe 5 mm) gebohrt, das mit Zink oder Cadmium gefüllt wurde. Als Füllgas wurde meist Helium verwendet. Um die nötige Intensität des Metallspektrums zu erhalten, ist es nötig, die Entladungsbedingungen so zu wählen, daß das Metall langsam verdampft. Wenn die ganze Kathode aus Cadmium oder Zink hergestellt ist, geschieht es sehr leicht, daß der oberste Teil der Kathode schmilzt. Die Kathode wird unbrauchbar, soweit der Anspruch aufrechterhalten werden soll, eine gut definierte Spektralaufnahme zu erhalten. Der Vorteil des anderen Verfahrens liegt darin, daß man während der Aufnahme eine gut definierte Kathodenfläche hat, der Nachteil ist aber, daß die Intensität geringer und das Metall schnell verbraucht wird. Die verwendete Stromstärke betrug 1 bis 3 mA bei Spannungen von 6 bis 16 kV zwischen Anode und Kathode. Die Spannung wurde von einem Hochspannungsaggregat<sup>3)</sup> mit vier Gleichrichteröhren geliefert. Als Ausgleichsvorrichtung dienten ein Kondensator und eine Selbstinduktion in Hullscher Schaltung. Die Spannung wurde mit einem Hochspannungsvoltmeter nach Starke und Schröder (Type pet für max. 25 kV) gemessen.

<sup>1)</sup> Z. B.: F. G. Dunnington u. E. O. Lawrence, Phys. Rev. **35**, 134, 1930.  
— <sup>2)</sup> N. Ryde, ZS. f. Phys. **59**, 836, 1930. — <sup>3)</sup> K. Sjögren, Diss. Lund 1934, S. 39.

Zur optischen Analyse wurden ein Glasspektrograph<sup>1)</sup> und ein Plan-gitterspektrograph<sup>2)</sup> verwendet, die in früheren Arbeiten des hiesigen Instituts beschrieben worden sind. Die Teilung in  $\pi$ - und  $\sigma$ -Komponenten wurde mittels eines Wollastone-Prismas vorgenommen. Im Gebiet 4630 bis 4670 Å, wo der Glasspektrograph verwendet wurde, betrug die Dispersion 17 Å/mm, und die Dispersion in der zweiten Ordnung des Plan-gitterspektrographen, die für die rote Cadmiumlinie  $\lambda$  6438 Å verwendet wurde, betrug 14 Å/mm. Im Gebiet 4630 bis 4670 Å wurde als Vergleichsspektrum teils das normale Heliumspektrum und teils das Viellinienspektrum des Wasserstoffs benutzt. Das Heliumgas war mit Wasserstoff gemischt. Im roten Gebiet wurde das Neonspektrum als Vergleichsspektrum aufgenommen. Die Ausmessung der Platten wurde teils im Komparator und teils durch Photometrierung unter Verwendung eines Moll-Photometers, Typ A, ausgeführt.

Die benutzten Feldstärken bei den Aufnahmen der Zinklinie  $\lambda$  4630 Å und bei der Cadmiumlinie  $\lambda$  4662 Å sind in einigen Fällen aus den Verschiebungen der  $H\beta$ -Komponenten berechnet, und in anderen Fällen aus den Verschiebungen der Komponenten der Heliumlinie  $2P-5Q$ ,  $\lambda$  4388 Å. Die Feldstärke der Cadmiumlinie  $\lambda$  6439 Å ist aus den Komponenten der  $H\alpha$ -Linie erhalten worden. Als Aufspaltungsfaktor der Balmer-Linien wurde der von Sjögren<sup>3)</sup> bestimmte Wert  $6,47 \cdot 10^{-5}$  verwendet. Auch die Aufspaltung der Heliumlinie  $\lambda$  4388 Å ist der Arbeit von Sjögren entnommen.

Tabelle 1.

Element, Linie, Wellenlänge in Å	Plattennummer	Feldstärke in kV/cm	— $\Delta v$ in $\text{cm}^{-1}$	
			$\pi$	$\sigma$
Cd $2P-4D$ 4663	24	60	2,0	1,0
	26	48	1,4	0,6
	27	69	2,5 <sub>5</sub>	1,2 <sub>5</sub>
	28	79	3,4	1,7
Cd $2P-3D$ 6439	143	66	0,16	0,08
	144	70	0,20	0,10
	145	83	$\Delta v_\pi - \Delta v_\sigma = 0,13$ <sup>4)</sup>	
Zn $2P-4D$ 4630	42	70	4,5	1,9
	14	60,5	3,4 <sub>5</sub>	1,6

<sup>1)</sup> K. Sjögren, Diss. Lund 1934, S. 36. — <sup>2)</sup> N. Ryde, ZS. f. Phys. **77**, 515, 1932. — <sup>3)</sup> K. Sjögren, Diss. Lund 1934, S. 58 u. 62. — <sup>4)</sup> Der Wert ist in die Figur nicht eingezeichnet worden.

*Experimentelle Ergebnisse.* Die experimentell gefundenen Resultate sind in Tabelle 1 eingeführt und in den Fig. 1 bis 3 graphisch dargestellt. In den Diagrammen sind die Frequenzveränderungen teils als Funktion der linearen Feldstärke und teils als Funktion des Quadrates der Feldstärke gezeichnet. Wie aus den Figuren hervorgeht, kann der beobachtete

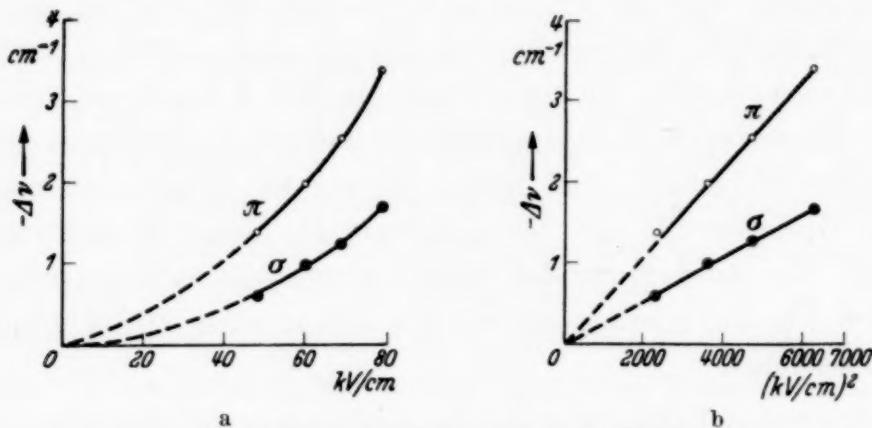


Fig. 1a, b. Cadmium 2P—4D, 4663 Å.

Effekt als quadratisch angesehen werden. Die Frequenzverschiebung  $\Delta\nu$  kann also durch die Gleichung  $\Delta\nu = kF^2$  ausgedrückt werden. Die Resultate bei der Cadmiumlinie 2P—3D sind

wegen der Kleinheit der Effekte unsicher. Bei der Diskussion der Resultate ist deshalb auf diese Linie nicht so großes Gewicht gelegt worden. Wenn es sich um die rote Cadmiumlinie handelt, wird die Frage gestellt, ob der Effekt des elektrischen Feldes einen Einfluß auf die Cadmiumnormale hat. Die Antwort ist negativ.

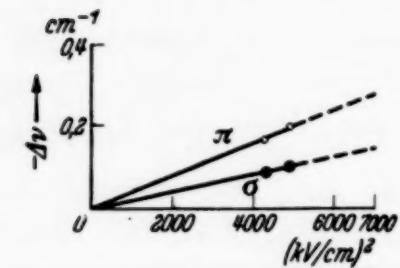


Fig. 2. Cadmium 2P—3D, 6439 Å.

*Diskussion der Ergebnisse.* Um die zugänglichen Theorien über den quadratischen Stark-Effekt an einem größeren Material als dem in dieser Untersuchung erhaltenen zu prüfen, sind in die Diskussion auch einige ältere Untersuchungen von Takamine und Kokubu<sup>1)</sup> über den Stark-Effekt einiger Magnesium- und Calciumlinien aufgenommen worden. Die von den beiden Japanern erhaltenen Resultate sind nicht ohne weiteres mit den meinigen vergleichbar. Das kommt daher, daß Takamine und Kokubu bei der Feldstärkebestimmung mit den Balmer-Linien nicht denselben Aufspaltungsfaktor für die Wasserstofflinien verwendet haben. Rechnet man ihre Resultate mit Sjörgrens Aufspaltungsfaktor um, so

<sup>1)</sup> T. Takamine u. N. Kokubu, a. a. O.

erhält man die Diagramme in Fig. 4 bis 6, aus denen zu schließen ist, daß der Effekt als quadratisch angesehen werden kann.

Berichte über die Entwicklung der Theorien des quadratischen Stark-Effekts gibt es in Hand- und Jahrbuch der Chemischen Physik<sup>1)</sup>, Handbuch

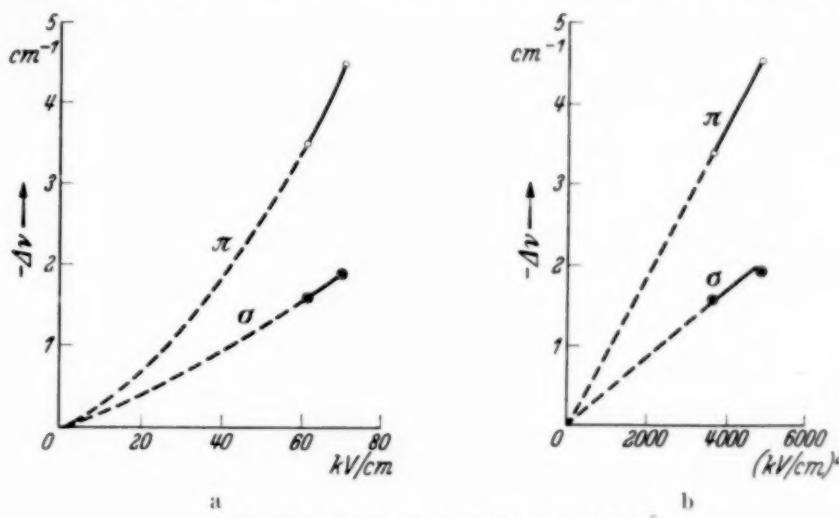


Fig. 3a und b. Zink 2 P-4 D, 4630 Å.

der Physik, Bd. XXIII<sup>2)</sup>, Müller-Pouilletts Lehrbuch der Physik<sup>3)</sup> und in Condon-Shortley, The Theory of Atomic Spectra<sup>4)</sup>. Bei der Deutung der oben erwähnten Resultate wird in erster Linie an die Form angeknüpft, die Unsöld<sup>5)</sup> und Condon<sup>6)</sup> den Theorien des quadratischen Effekts gegeben haben. Die Theorien bauen auf die allgemeinen Störungsrechnungen, wobei Russell-Saunders Kopplung vorausgesetzt wird. Die Unsöldsche Formel, die unten angegeben wird, ist unter den Voraussetzungen abgeleitet, daß die durch das elektrische Feld bewirkte Verschiebung der Terme gegenüber dem Abstand des betreffenden Terms von seinen Nachbarternen klein ist, daß es niedrige Atomgewichte oder hohe Azimutalquanten sind und daß die Dublett- und Triplettaufspaltungen

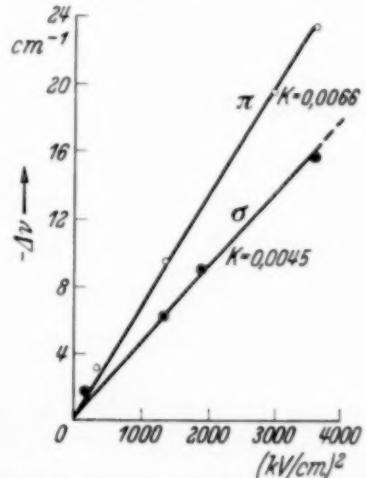
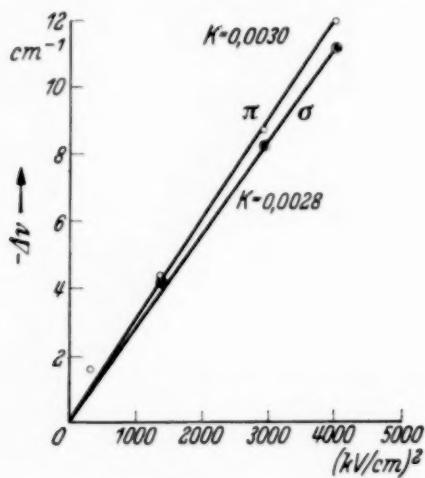


Fig. 4. Magnesium 2 P-6 D, 4352 Å.

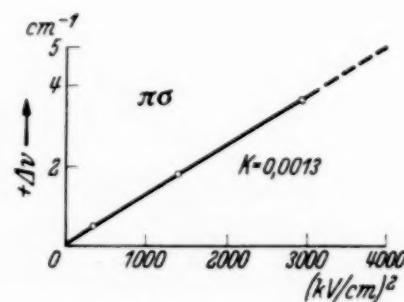
<sup>1)</sup> A. Eucken u. K. L. Wolf, Handb. u. Jahrb. d. chem. Phys. Bd. 9, Abschnitt 1, S. 134, 1934 (H. Kuhn). — <sup>2)</sup> H. Geiger u. K. Scheel, Handb. d. Phys. XXIII, 224, 1926 (W. Pauli). — <sup>3)</sup> Müller-Pouilletts Lehrb. d. Phys. 11. Aufl., II:2:2, S. 2265, 1929 (R. Ladenburg). — <sup>4)</sup> E. U. Condon u. G. H. Shortley, The Theory of Atomic Spectra, Cambridge 1935, S. 409. — <sup>5)</sup> A. Unsöld, Ann. d. Phys. (4) **82**, 355, 1927. — <sup>6)</sup> E. U. Condon, Phys. Rev. (2) **43**, 648, 1933.

gegen  $\Delta r$  vernachlässigt werden können. Unter ähnlichen Voraussetzungen hat etwa gleichzeitig Foster<sup>1)</sup> eine Theorie des Stark-Effekts des Heliums entwickelt. Da die Erdalkalien zu demselben Spektraltypus wie Helium gehören, liegt es nahe zu versuchen, die Unsöldtsche Theorie hier anzuwenden. Die oben angeführten Anforderungen dürften für die Singulettlinien als annähernd erfüllt angesehen werden. Als Eigenfunktionen für die betreffenden Atome werden, wie es Condon<sup>2)</sup> in seinen Berechnungen getan hat, die Eigenfunktionen des Wasserstoffs benutzt, so daß Glieder



a

Fig. 5. Calcium (2P-5D), 4685 Å.



b

Fig. 6. Calcium (2D-5F), 4355 Å.

von der Größenordnung (Term—Wasserstoffterm): Wasserstoffterm vernachlässigt werden. Es ist keine vollständige Übereinstimmung zu erwarten, da nicht alle Bedingungen exakt erfüllt sind, auf denen sich die Theorie baut. Besonders kann in einer exakten Theorie nicht von der Beeinflussung der beiden Termsysteme abgesehen werden. Die Übergangswahrscheinlichkeiten, die in engerem Zusammenhang mit der Theorie des Stark-Effekts stehen, sind ja in den Erdalkalien nicht zu vernachlässigen, da es Kombinationslinien zwischen den beiden Termsystemen gibt. Detailliertere Theorien des quadratischen Stark-Effekts<sup>3)</sup> sind für die normalen Dublett-Spektren der Alkalien ausgeformt, sind aber für die Singulett- und Triplett-Spektren der Erdalkalien unbrauchbar.

Die Unsöldtsche Formel lautet:

$$\Delta r = -\frac{9e^2a^2}{4\hbar^2\cdot c^2\cdot 0,3^2\cdot n^2} \cdot \frac{\left[ \frac{(n^2-l^2)(l^2-m^2)}{4l^2-1} - \frac{(n^2-(l+1)^2)((l+1)^2-m^2)}{4(l+1)^2-1} \right]}{r_{l-1}-r_l} \cdot F^2.$$

<sup>1)</sup> J. S. Foster, Proc. Roy. Soc. London (A) **117**, 137, 1928. — <sup>2)</sup> E. U. Condon, a. a. O. — <sup>3)</sup> Z. B.: R. Ladenburg, Phys. ZS. **30**, 369, 1929; J. G. Kirkwood, ebenda **33**, 521, 1932.

Die Größen  $e$ ,  $h$ ,  $c$  haben ihre gewöhnlichen Bedeutungen und  $n$  = Hauptquantenzahl,  $l$  = Azimutalquantenzahl,  $m$  = die magnetische Quantenzahl,  $a$  = der Bohrsche Radius und  $v_{l-1}$ ,  $v_l$  und  $v_{l+1}$  sind die Termwerte in  $\text{cm}^{-1}$ . Wird die Feldstärke  $F$  in  $\text{kV/cm}$  gerechnet, beträgt der Zahlenwert der vornstehenden Konstante 0,00413. Es wird nur mit einer

Tabelle 2. Feldstärke 50 kV/cm.

Element	Linie und Wellenlänge in Å	$\frac{v_{l-1}}{v_l}$ $\frac{v_l}{v_{l+1}}$ in $\text{cm}^{-1}$	$\frac{v_{l-1}-v_l}{v_l-v_{l+1}}$ in $\text{cm}^{-1}$	$\Delta v$ (berechnet) in $\text{cm}^{-1}$		$\Delta v$ (aus den experimentellen Kurven in $\text{cm}^{-1}$ )	
				$\pi$	$\sigma$	$\pi$	$\sigma$
Cd	$2P-4D$ 4663	$4P$ 7045 $4D$ 7405 ( $4F$ 6855)	$-360$ $+550$	$-1,6$	$-0,7$	$-1,4$	$-0,7$
Cd	$2P-3D$ 6439	$3P$ 12633 $3D$ 13319 —	$-686$	$-0,15$	$-0,06$	$-0,11$	$-0,05$
Zn	$2P-4D$ 4630	$4P$ 7160 $4D$ 7429 ( $4F$ 6855)	$-269$ $+574$	$-2,0$	$-1,1$	$-2,2$	$-1,1$
Mg	$2P-6D$ 4352	$6P$ 3091 $6D$ 3649 ( $6F$ 3046)	$-558$ $+603$	$-8,7$	$-4,9$	$-7,7$	$-6,9$
Ca	$2P-5D$ ( $3P-6D$ ) 4685	$5P$ 3880 $5D$ 4315 $5F$ 4500	$-435$ $-185$	$+3,0$	$+3,0$	$+2,5$	$+2,8$
Ca	$2D-5F$ ( $3D-6F$ ) 4355	$5D$ 4315 $5F$ 4500 ( $5G$ 4387)	$-185$ $+117$	$-9,5$	$-5,6$	$-16,0$	$-11,0$

Aufspaltung des Anfangsterms gerechnet, während der Endterm als fest angesehen wird. Die Termwerte der Niveaus werden aus „Paschen-Götze“<sup>1)</sup> und „Bacher-Goudsmit“<sup>2)</sup> entnommen. In die Tabelle 2 sind teils die aus der Unsöld'schen Formel berechneten und teils die experimentell beobachteten Frequenzänderungen der betreffenden Spektral-linien bei einer Feldstärke von 50 kV/cm eingeführt worden.

Für das  $4F$ -Niveau des Cadmiums und des Zinks, und für das  $5G$ - und das  $6F$ -Niveau des Calciums und des Magnesiums gibt es in den Hand-

<sup>1)</sup> R. F. Bacher u. S. Goudsmit, Atomic Energy States, New York and London, 1932 (International Series in Physics). — <sup>2)</sup> F. Paschen u. R. Götze, Seriengesetze der Linienspektren, Berlin 1922.

büchern keine Termwerte. Als eine grobe Approximation werden die entsprechenden Wasserstoffniveaus angewendet. Bei der Einwirkung des elektrischen Feldes auf die *D*- und *F*-Niveaus tritt nicht nur eine einzige  $\pi$ - und  $\sigma$ -Komponente auf, sondern in der Primärrechnung gibt der Übergang von einem *D*-Niveau nach einem *P*-Niveau drei  $\sigma$ -Komponenten und zwei  $\pi$ -Komponenten<sup>1)</sup> und der Übergang von einem *F*-Niveau nach einem *D*-Niveau vier  $\sigma$ -Komponenten und drei  $\pi$ -Komponenten. Die verschiedenen Komponenten sind vermutlich wegen der geringen Dispersion der angewandten Spektrographen in den experimentellen Untersuchungen nicht wahrgenommen worden. Die in der Tabelle berechneten  $\Delta r$ -Werte sind die Schwerpunkte der  $\pi$ - bzw.  $\sigma$ -Komponenten. Bei der Berechnung des Schwerpunktes sind die ungleichen Intensitäten der verschiedenen Komponenten berücksichtigt worden, und die Intensitäten sind nach den Formeln berechnet, die Condon und Shortley<sup>2)</sup> in ihrer Monographie über die Theorie der Atomspektren gegeben haben.

Dem Direktor des Instituts, Herrn Prof. Dr. John Koch, der mir die Anregung zu dieser Untersuchung gab, sage ich meinen besten Dank für viele gute Ratschläge und für sein freundliches Entgegenkommen betreffs der experimentellen Ausstattung.

*Lund, Fysiska Institutionen, September 1937.*

---

<sup>1)</sup> Müller-Pouilletts Lehrb. d. Phys., 11. Aufl., II:2:2, 2279, 1929 (R. Ladenburg). — <sup>2)</sup> E. U. Condon u. G. H. Shortley, a. a. O.

(Aus dem Forschungs-Institut der AEG.)

## Elektronenoptische Abbildung von Dampfstrahlen nach der Dunkelfeldmethode.

Von **H. Boersch**.

Mit 3 Abbildungen. (Eingegangen am 31. August 1937.)

Mit der elektronenmikroskopischen Dunkelfeldmethode werden die Ausbreitungsverhältnisse eines Dampfstrahles im Vakuum untersucht. Die Aufnahmen zeigen die bekannte diffuse Ausbreitung des Gases vor der Düse und lassen bei höheren Drucken die Bildung einer „Wolke“ erkennen.

In vorliegender Arbeit wird über Versuche berichtet, die die elektronenoptische Abbildung von Dampfstrahlen zum Gegenstand haben. Es handelt sich hierbei um Dampfstrahlen geringer Dichte, die aus einer Düse in das Vakuum treten. Die Abbildung wird mit Elektronen großer Geschwindigkeit (30 kV) vorgenommen, um eine hinreichend hohe photographische Empfindlichkeit bei Innenaufnahmen zu erzielen. Da bei diesen Geschwindigkeiten und den untersuchten Dampfdichten die Zahl der am Dampfstrahl gestreuten Elektronen gering ist, wird man zur Anwendung der elektronenoptischen Dunkelfeldmethode<sup>1)</sup> geführt.

Die Bedingungen zur Erzielung einer hellen, kontrastreichen und getreuen Abbildung nach der Dunkelfeldmethode sind bekanntlich folgende: große Helligkeit der Lichtquelle bei geringer Ausdehnung, Vermeidung von Streuung außerhalb des Objektes, hohe Streufähigkeit des Objektes, geringe Linsenfehler und Verwendung von Strahlen geringen Ablenkwinkels.

*Anordnung.* Das Schema der auf Grund dieser Forderungen gebauten Apparatur ist in Fig. 1 wiedergegeben. Die von der Kathode *K* ausgehenden Elektronen werden durch die Anodenblende *A* auf 30 kV beschleunigt, am Dampfstrahl, der aus der Düse *D* tritt, gestreut und mit der magnetischen Linse *L* durch die Öffnung der Dunkelfeldblende *B* auf dem Leuchtschirm *S* abgebildet.

Durch Anwendung einer großen Anodenblende (1 mm Durchmesser) gelingt es, fast sämtliche Elektronen, die von der Kathode ausgehen, zur Erzeugung des primären Elektronenbündels zu verwenden und so eine sehr intensive Elektronenquelle geringer Ausdehnung (Durchmesser der strahlenden Fläche der Kathode 0,4 mm) zu schaffen.

<sup>1)</sup> H. Boersch, Ann. d. Phys. **26**, 631, 1936.

Das Gas tritt aus einem Vorratsgefäß durch die Düse *D* (Kanüle 0,3 mm Durchmesser, 6 mm Länge) in das Vakuum und wird dort durch Kondensation an dem mit flüssiger Luft gekühlten Kupferzylinder *Z* beseitigt. Der mit Kühlflächen versehene Zylinder friert gleichzeitig den Quecksilberdampf aus, der aus der Pumpe aufsteigt. Diese Anordnung zur Aufrechterhaltung des Vakuums in Verbindung mit dem kurzen Pumpweg erweist sich als so wirksam, daß das Bild des Dampfstrahls auf dem Leuchtschirm im Dauerbetrieb bis zu Drucken im Vorratsgefäß von 100 mm Hg zu beobachten ist, und auch keinerlei Gasentladung im Hochspannungsteil der

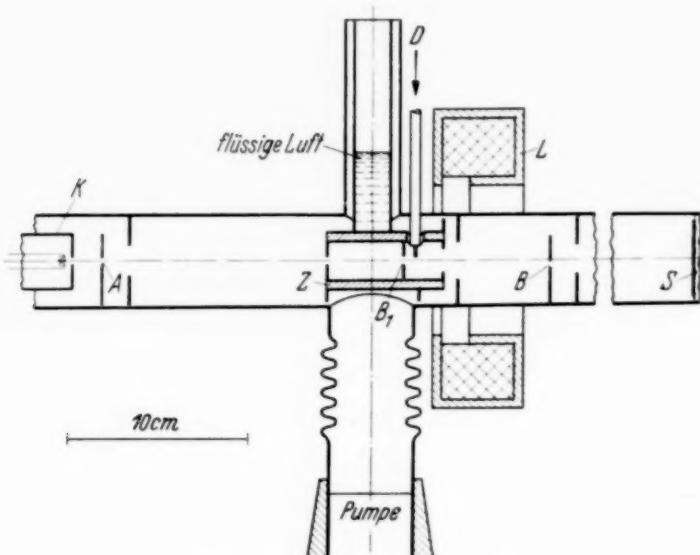


Fig. 1. Versuchsanordnung.

Apparatur auftritt. Als Gas wird Tetrachlorkohlenstoff verwendet, der eine hohe Streufähigkeit (hohe wirksame Ordnungszahl) besitzt, und dessen Temperaturabhängigkeit des Sättigungsdampfdruckes für diese Untersuchung günstig ist.

Zur Verringerung der Abbildungsfehler des abbildenden Systems (magnetische Linse mit 8 cm Innendurchmesser) wird die Öffnung der Dunkelfeldblende auf 3 mm Durchmesser beschränkt. Der mittlere Ablenkwinkel der Elektronen, die durch die Öffnung der Dunkelfeldblende die Abbildung vermitteln, kann nach Belieben durch Kippen und Verschieben der Linse auf  $0^\circ$  bis  $15^\circ$  eingestellt werden.

Für die Herstellung der Innenaufnahmen wird der Leuchtschirm durch einen Filmstreifen (Agfa Kontrast  $4,5 \times 18$  cm) ersetzt, der mit dem Leuchtschirm zusammen auf einem magnetisch verschiebbaren Wagen montiert ist. Bei der Anordnung der Blenden ist natürlich darauf zu achten, daß der Film nicht durch Licht von der Kathode geschwärzt wird.

*Ergebnisse.* Die Innenaufnahmen (Fig. 2 und 3) zeigen die diffuse Ausbreitung des Gases von einer Düsenöffnung<sup>1)</sup> in das Vakuum. Derartige Ausbreitungsverhältnisse liegen beispielsweise vor an der Düse von Diffusionspumpen, bei Elektronenbeugungsversuchen an Gasen und an der Ofenöffnung bei Molekularstrahlversuchen. Die Aufnahmen sind bei verschiedenen Drucken (0,3 bzw. 30 mm Hg im Vorratsgefäß) gemacht und durch

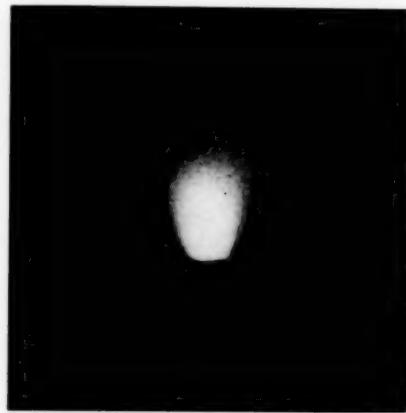


Fig. 2 (30 mm Hg).



Fig. 3 (0,3 mm Hg).

Ausbreitung eines Dampfstrahls im Vakuum bei verschiedenen Drucken im Vorratsgefäß ( $V_{\text{magn.}} = 12 : 1$ ).

Veränderung der Belichtungszeit auf ungefähr gleiche Helligkeit am Bildrand gebracht worden. Aus dem Vergleich der beiden Aufnahmen geht hervor, daß bei höherem Druck die Helligkeit und damit die Anzahl der streuenden Moleküle vom Rande der Aufnahme zur Düsenmündung wesentlich schneller zunimmt als bei geringerem Druck.

Diese Erscheinung ist in Übereinstimmung mit der von Knauer und Stern<sup>2)</sup> ausgesprochenen Vermutung, die von Kratzenstein<sup>3)</sup> näher untersucht wurde, daß sich vor der Düse eines Atomstrahlofens eine „Wolke“ ausbildet, wenn die freie Weglänge<sup>4)</sup> kleiner wird als die Ofenöffnung oder Düsenmündung. Von dieser Wolke aus diffundiert dann, wie man auf den Originalaufnahmen besser erkennt, das Gas nach allen Richtungen.

Die Ausbildung dieser „Wolke“, die ein Gebiet hoher Gasdichte darstellt, ist für Elektronenbeugungsaufnahmen an Gasen wichtig. Gleich-

<sup>1)</sup> Die Konturen der Düse sowie der unscharf abgebildeten Blende  $B$  zeichnen sich ebenso wie das Gas durch abgebeugte Elektronen ab. Wegen der längeren Belichtungszeit sind diese Konturen in Fig. 3 erheblich stärker ausgeprägt. — <sup>2)</sup> F. Knauer u. O. Stern, ZS. f. Phys. **39**, 775, 1927. —

<sup>3)</sup> M. Kratzenstein, ebenda **93**, 279, 1935. — <sup>4)</sup> In unserem Falle beträgt die mittlere freie Weglänge bei 0,1 mm Hg im Vorratsgefäß etwa 0,2 mm. Bei 30 mm Hg ist die dementsprechend um zwei Zehnerpotenzen geringer.

zeitig ist hierbei allerdings eine Beschränkung der eintretenden Gasmenge durch stoßweise Gaseinführung<sup>1)</sup> notwendig, um die Zerstreuung des Elektronenstrahls im Beobachtungsraum zu verhindern.

Die Erkennbarkeit des Dampfstrahls im Elektronenmikroskop ist dadurch begrenzt, daß sich außerhalb des interessierenden Teiles des Dampfstrahls in dem Raum zwischen Kathode und Dunkelfeldblende noch Moleküle befinden (Dampfdruck  $10^{-4}$  bis  $10^{-5}$  mm Hg), an denen Elektronen gestreut werden, die einen Untergrund des Bildes schaffen. Der für das Auftreten dieser unerwünschten Streuvorgänge wirksame Raum zwischen Kathode und Dunkelfeldblende hat eine Länge von etwa 100 bis 200 mm, während der Dampfstrahl an der Düsenöffnung einen Durchmesser von 0,3 mm besitzt. Infolgedessen muß, wie es auch der Versuch bestätigt, der Druck an der Düsenöffnung 0,01 bis 0,1 mm Hg übersteigen, um einen merklichen Kontrast zwischen dem Bild des Dampfstrahls und dem Untergrund zu erzielen.

*Berlin-Reinickendorf, Physikal. Laboratorium des AEG-Forschungsinstituts, im August 1937.*

---

<sup>1)</sup> R. Wierl, Ann. d. Phys. **8**, 521, 1931; H. Boersch, Monatsh. f. Chem. **65**, 311, 1935.

## Über die richtende Wirkung des Schallfeldes auf Suspensionen nicht kugelförmiger Teilchen.

Von **R. Pohlman** in Berlin.

Mit 4 Abbildungen. (Eingegangen am 20. September 1937.)

Es wird die Bewegung und Ausrichtung nicht kugelförmiger Teilchen, bei denen eine Dimension klein ist gegenüber den beiden anderen, im stehenden Schallfeld behandelt. Die Zeit des Wanderns in die Bäuche, desgleichen die Einstelldauer wird angegeben. Es wird gezeigt, daß zu einer beobachtbaren Richtwirkung nur außerordentlich kleine Schallfelder benötigt werden.

Über das Verhalten kugelförmiger Teilchen im Schallfeld existieren mehrere theoretische Arbeiten. Es sei hier nur auf die neuere Arbeit von King<sup>1)</sup> hingewiesen, die sich mit dem akustischen Strahlungsdruck auf Kugeln befaßt und die Erscheinungen des Wanderns der Kugeln in die Bäuche bzw. die Knoten der stehenden Welle erklärt.

Bei einer Suspension nicht kugelförmiger Teilchen im Schallfeld ist außer der eben genannten Erscheinung noch eine Richtwirkung zu erwarten, und zwar tritt ein merkliches Drehmoment ein, wenn eine Dimension der Teilchen klein ist gegenüber den beiden anderen, als auch wenn zwei Dimensionen klein sind gegenüber der dritten. Die vorliegende Rechnung soll zunächst für den ersten Fall durchgeführt werden. Man hat dann gewissermaßen den Fall frei suspendierter „Rayleigh-Scheiben“. Die Richtwirkung an einer Rayleigh-Scheibe tritt nur infolge einer Strömung des umgebenden Mediums relativ zur Scheibe ein, so daß man sich im allgemeinen die Scheibe im Raum fixiert zu denken hat. Jedoch erfolgt, wie unten gezeigt werden kann, auch eine Richtwirkung an frei suspendierten Teilchen, wenn ihre Dichte von derjenigen des umgebenden Mediums verschieden ist. In diesem Falle tritt nämlich infolge der hohen Beschleunigung in der (Ultra-)Schallwelle eine Phasendifferenz in der Bewegung zwischen Teilchen und umgebendem Medium auf, was zu einer relativen Strömung und damit zu einer Richtwirkung führt.

Die Durchführung der Rechnung ist von mannigfachen Gesichtspunkten aus interessant. Es wird sich ein Einblick gewinnen lassen in die Größe des Schallfeldes, das imstande ist, eine eben noch beobachtbare Richtwirkung zu erzielen. Man kann erwarten, daß außerordentlich kleine Schallfelder hierzu genügen werden, da die potentielle Energie der Teilchen

<sup>1)</sup> L. V. King, im folgenden mit King I bezeichnet, Proc. Roy. Soc. London (A) **147**, 212, 1934.

im Felde nur mit der molekularen Unordnung von der Größenordnung  $kT$  zu konkurrieren braucht. Die Verwendung einer derartigen Suspension als Schallnachweis dürfte also etwa an die Grenze der Meßtechnik führen.

Zweitens werden sich einige physikalische Eigenschaften einer derartigen Suspension im Schallfeld ändern. Handelt es sich z. B. um eine Metallsuspension und faßt man dieselbe als Dielektrikum auf, so wird sich ihre Dielektrizitätskonstante im Schallfeld ändern, da sich bei Anlegen eines elektrischen Feldes in den Teilchen Dipole induzieren, deren Größe in Richtung des elektrischen Feldes von der Ausrichtung im akustischen Felde abhängig sein werden. Eine derartige Suspension wird im Ultraschallfeld eine Richtungsabhängigkeit der Dielektrizitätskonstante zeigen. (Die Änderung der DK. kann unter Umständen zum Messen kleiner Schallfelder benutzt werden.)

Endlich wird auch eine Richtwirkung bei den Kolloiden, vornehmlich den stäbchenförmigen Kolloiden, zu erwarten sein. Hier können sich ebenfalls Effekte der obengenannten Art zeigen, desgleichen Doppelbrechung und eine Richtungsabhängigkeit der inneren Reibung im US.-Feld<sup>1)</sup>.

Zur experimentellen Überprüfung der Theorie empfiehlt es sich, eine Suspension zu wählen, in der die Größenordnung der suspendierten Teilchen noch mikroskopisch gut erfaßbar ist. Hierbei muß der Teilchendurchmesser klein gegenüber der Wellenlänge sein. Soll außerdem in der Suspension der Richteffekt möglichst groß sein, so ist ein optimales Verhältnis von Flüssigkeitsdichte zu Teilchendichte zu berücksichtigen (siehe unten).

Für die Versuche wurde eine Aluminium-Xylol-Suspension verwandt. Feine Aluminiumteilchen wurden in Xylol suspendiert und aus ihnen durch Abstehenlassen in hohen Standzylinern diejenigen von einem mittleren Durchmesser von etwa  $20\text{ }\mu$  ausgesondert. Ihre Dicke betrug im Mittel  $1,5\text{ }\mu$ . Die Umrandung der flachen Teilchen war zwar durchaus nicht rund, sondern teilweise stark gezackt, jedoch dürfte dieser Umstand das Gesamtverhalten wenig beeinflussen, so daß man im Mittel mit kreisförmigen Scheibchen rechnen kann. Das Verhältnis von Durchmesser zu Dicke war recht gut gewahrt. Außerdem beabsichtigen die im Text erwähnten Versuche lediglich, qualitativ und der Größenordnung nach die Ergebnisse der Theorie zu überprüfen.

<sup>1)</sup> In der Arbeit von F. J. Burger und K. Söllner, Transakt. Farad. Soc. **32**, 1598, 1936, wurden einige der obengenannten Effekte tatsächlich beobachtet, und zwar bei Asbestfaser, Glimmer, Quarzpulver, Gips, Steatit, Selenit, Kaolin, kolloidalem Graphit,  $\text{V}_2\text{O}_5$  und  $\text{Fe}_2\text{O}_3$ .

In zwei ausführlichen theoretischen Arbeiten hat King<sup>1)</sup> das Verhalten einer Rayleigh-Scheibe im Schallfeld behandelt. Seine Arbeiten zeichnen sich insofern vor denen der früheren Autoren aus, als sie die Tatsache berücksichtigen, daß die Rayleigh-Scheibe bei üblicher Aufhängung im Schallfeld nicht als fest, sondern als frei hängend anzusehen ist, so daß sie kleine Schwingungen in Richtung ihrer Normale ausführt. Gerade dieser Umstand ermöglicht es, die Theorie von King auf den vorliegenden Fall anzuwenden. Da ferner die Zahl der Teilchen pro  $\text{cm}^3$  so gewählt ist, daß jedes als frei in der Flüssigkeit angesehen werden kann und keine wesentliche Wechselwirkung stattfindet, kann ein Teilchen zunächst einzeln behandelt und hernach die Gesamterscheinung statistisch erfaßt werden.

Ist  $\bar{L}$  der zeitliche Mittelwert des Drehmoments, das auf die Rayleigh-Scheibe wirkt (King III, S. 32), und ist das negative Vorzeichen so zu verstehen, daß  $\bar{L}$  den Winkel  $\psi$  zwischen Fortpflanzungsrichtung der ebenen Schallwelle und der Scheibennormale zu verkleinern sucht, so gilt für die stehende Welle:

$$\bar{L} = -\frac{2}{3} \rho_0 a^3 \sin 2\psi |\dot{\xi}|^2 \left[ \sin^2 \kappa h \frac{m_1 (1 + \frac{2}{5} (\kappa a)^2 \cos^2 \psi)}{m_1 + m_0 (1 + \frac{1}{5} (\kappa a)^2)} - \frac{2}{15} \cos^2 \kappa h (\kappa a)^2 \frac{I_1}{I_1 + I_0} \cos 2\psi \right]. \quad (1)$$

Hierin bedeuten:  $\rho_0 \rho_1$  die Dichte des umgebenden Mediums bzw. der Scheibe,  $a$  den Radius der Scheibe,  $|\dot{\xi}|$  die Geschwindigkeitsamplitude,  $(\kappa a) = 2\pi a/\lambda$  das Verhältnis von Scheibenumfang zur Wellenlänge,  $h$  = Abstand vom Geschwindigkeitsknoten an gerechnet,  $m_1 = a^2 \pi \rho_1 t_1$  Scheibenmasse,  $t_1$  = Dicke,  $m_0 = \frac{8}{3} \rho_0 a^3$  hydrodynamische Masse,  $I_1 = \frac{1}{4} m_1 a^2$  Trägheitsmoment der Scheibe im Vakuum,  $I_0 = \frac{2}{15} m_0 a^2$  hydrodynamisches Trägheitsmoment.

Die Voraussetzungen dieser Gleichung sind, daß der Scheibenumfang klein gegen die Wellenlänge ( $\kappa a \ll 1$ ) und daß die Scheibe unendlich dünn und starr ist.

Rein formell gewinnt man die Gleichung für das Drehmoment in der fortschreitenden Welle, indem für  $\sin^2 \kappa h$  und  $\cos^2 \kappa h$  1 zu setzen ist.

Betrachtet man in der stehenden Welle das Drehmoment im Schwingungsbauch, so wird  $\cos^2 \kappa h = 0$ ,  $\sin^2 \kappa h = 1$ , und es folgt:

$$\bar{L}_{\text{Bauch}} = -\frac{2}{3} \rho_0 a^3 \sin 2\psi |\dot{\xi}|^2 \frac{m_1 (1 + \frac{2}{5} (\kappa a)^2 \cos^2 \psi)}{m_1 + m_0 (1 + \frac{1}{5} (\kappa a)^2)}; \quad (2)$$

<sup>1)</sup> L. V. King, Proc. Roy. Soc. London (A) **153**, 1—16, „King II“; ebenda (A) **153**, 17—40, 1935, „King III“.

im Schwingungsknoten wird  $\sin^2 \alpha h = 0$  und  $\cos^2 \alpha h = 1$ , folglich:

$$\bar{L}_{\text{Knoten}} = \frac{2}{45} \varrho_0 a^3 \sin 4 \psi (\alpha a)^2 |\dot{\xi}|^2 \frac{I_1}{I_1 + I_0}. \quad (3)$$

Das Drehmoment im Knoten hat ein umgekehrtes Vorzeichen wie im Bauch. Dieser Umstand bringt keine wesentliche Komplikation in die spätere statistische Berechnung des mittleren Richteffektes, da die Verhältnisse in den Knoten generell vernachlässigt werden können. Erstens nämlich ist das Drehmoment in den Knoten um etwa  $\frac{1}{15} (\alpha a)^2$  kleiner als im Bauch [ $(\alpha a)^2 \approx \frac{1}{100}$  für  $\lambda = 0,55 \text{ mm}$ ] und zweitens befindet sich nur ein verschwindender Prozentsatz aller Teilchen in der Nähe der Knoten, da sie, wie unten gezeigt wird, innerhalb einer Zeit, die klein ist gegenüber der Ausrichtzeit, in die Bäuche wandern. Rechnet man dementsprechend nur mit dem Drehmoment, das in den Bäuchen herrscht und vernachlässigt in (2) die Glieder mit  $(\alpha a)^2$  (Fehler etwa  $5\%$ ), so folgt, wenn man für  $m_1$  und  $m_0$  die Werte einsetzt und außerdem als Korrektur auf endliche Scheibendicke statt  $m_1 \leftrightarrow (m_1 - m_0)$  und  $m_0 = \pi a^2 \varrho_0 t_1$  einführt,

$$\bar{L} = -\frac{2}{3} a^3 \varrho_1 \sin 2 \psi |\dot{\xi}|^2 \frac{1 - \frac{\varrho_0}{\varrho_1}}{c - \left(1 - \frac{\varrho_1}{\varrho_0}\right)} = -\frac{2}{3} a^3 \varrho_1 \sin 2 \psi |\dot{\xi}|^2 f\left(\frac{\varrho_0}{\varrho_1}\right)_{a/t_1}. \quad (4)$$

Hierbei ist

$$\frac{8 a}{3 \pi t_1} = e \quad (5)$$

gesetzt, und im folgenden immer als konstant angenommen.

Die Funktion  $f(\varrho_0/\varrho_1)$  geht zweimal durch Null (Fig. 1) bei  $\varrho_0/\varrho_1 = 0$  und  $\varrho_0/\varrho_1 = 1$  und hat ein Maximum bei

$$\frac{\varrho_0}{\varrho_1} = \frac{1}{\sqrt{e} + 1} \quad (6)$$

im Betrage von

$$\frac{1}{(\sqrt{e} + 1)^2}. \quad (7)$$

Der Verlauf stimmt gut mit dem Experiment überein.

Die Dichte der Suspensionsflüssigkeit (Xylol)  $\varrho_0$  wurde stetig durch Zugabe von Bromoform gesteigert. Hierbei änderte sich die Richtwirkung der Teilchen in der Tat und verschwand schließlich ganz, sobald  $\varrho_0 = \varrho_1$  erreicht war. Bei diesem Dichteveerhältnis, das an einem fallfreien Schweben der Teilchen in der Flüssigkeit erkennbar und sehr genau einstellbar war,

<sup>1)</sup> Die in Klammern angegebenen Zahlen beziehen sich auf die Versuchsbedingungen.

trat auch in starken US.-Feldern keine Richtwirkung ein<sup>1)</sup>. Der Verlauf der Funktion  $f(\varrho_0/\varrho_1)$  zeigt ferner, daß das Dichteverhältnis einer Aluminium-Xylol-Suspension ungefähr im Maximum liegt, die Suspension also optimale Empfindlichkeit besitzt.

Die freie Beweglichkeit der Teilchen führt infolge des Strahlungsdruckes zu der Erscheinung des Wanderns der Teilchen in die Knoten bzw. die Bäuche. Nach King I führen Kugeln, deren Umfang klein gegenüber der Wellenlänge ist, Schwingungen um die Bäuche herum aus und erreichen diese in einer Zeit  $T/4$ . Die Zeit wird ein Minimum für ein bestimmtes Dichteverhältnis  $\varrho_0/\varrho_1 = \frac{10}{13}$ . Für frei suspendierte flächenhafte Teilchen sind ähnliche Erscheinungen zu erwarten. Rechnet man nämlich an Hand der Kingschen Formel für den Strahlungsdruck die Zeit  $T$  für kleine Scheiben aus, so erhält man statt der für Kugeln gültigen Gleichung (86) (King I, S. 230):

$$T = \frac{\lambda}{|\xi|} \left\{ \frac{\left[ \left( 1 - \frac{\varrho_0}{\varrho_1} \right) + c \left( \frac{\varrho_0}{\varrho_1} \right) \right]^2}{\left( 1 - \frac{\varrho_0}{\varrho_1} \right) \frac{c}{2} \frac{\varrho_0}{\varrho_1}} \right\}^{1/2} \cdot \frac{2}{\pi} K(k) = \frac{\lambda}{|\xi|} \varphi \left( \frac{\varrho_0}{\varrho_1} \right) \frac{2}{\pi} K(k). \quad (8)$$

Da in  $c = 8a/3\pi t_1$  nur das Verhältnis  $a/t_1$  enthalten ist, kommt es offenbar auf die absolute Größe der Teilchen gar nicht an.  $\frac{2}{\pi} K(k)$  ist das vollständige elliptische Integral mit dem Modul  $k = \sin \alpha = \sin \frac{2\pi h'}{\lambda}$ , wobei  $h'$  der Abstand vom Bauch ist. Für das Integral ergibt sich<sup>2)</sup>:

Abstand von Bauch  $h' = 0 \quad 1/8 \lambda \quad 1/6 \lambda \quad 1/5 \lambda \quad 1/4 \lambda$  (Knoten)

$$\frac{2}{\pi} K(k) = 1 \quad 1,18 \quad 1,37 \quad 1,65 \quad \infty$$

Auch die Funktion  $\varphi(\varrho_0/\varrho_1)$  besitzt — analog der für Kugeln gültigen Funktion — ein Minimum, und zwar für

$$\frac{\varrho_0}{\varrho_1} = \frac{1}{c+1}. \quad (9)$$

<sup>1)</sup> Bei einer weiteren Steigerung von  $\varrho_0$  könnte man nach obiger Formel sogar eine „anomale“ Rayleigh-Scheibe erwarten, deren Ebene sich senkrecht zur Wellenfront einstellt. — <sup>2)</sup> Da in der Tabelle (88), King I, der Abstand Bauch—Knoten der stehenden Welle gleich  $\lambda/2$  statt richtig  $\lambda/4$  gesetzt ist, wird sie hier noch einmal aufgeführt.

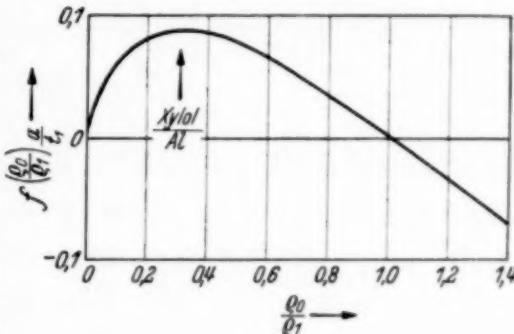


Fig. 1.

Hier nimmt  $\varphi(\varrho_0/\varrho_1)$  den Wert  $2\sqrt{2} = 2,83$  an. Für  $\varrho_0/\varrho_1 = 0$  und  $\varrho_0/\varrho_1 = 1$  wird  $\varphi(\varrho_0/\varrho_1)$  unendlich, wie es zu erwarten ist.

Setzt man die experimentellen Werte ein, so folgt für  $\varphi(\varrho_0/\varrho_1) = 3,2$  (dieser Wert liegt wieder verhältnismäßig nahe am Optimum  $2\sqrt{2}$ ). Nimmt man ferner eine Strahlungsdichte von  $3,3 \cdot 10^{-3}$  Watt/cm<sup>2</sup> an, was in Xylol einer Geschwindigkeitsamplitude von 0,77 cm/sec entspricht, so folgt bei einer Wellenlänge von 0,55 mm:

$$T = 0,22 \cdot \frac{2}{\pi} K(k) \text{ sec.}$$

Die eigentliche „Wanderzeit“ der Teilchen in die Bäuche  $T/4$  liegt hier also etwa bei 0,06 sec. Diese Zeit ist in der Tat klein — wie oben gefordert wurde — gegenüber der unter den gleichen Bedingungen errechneten Ausrichtzeit (siehe S. 508). Eine Voraussetzung für die Gültigkeit dieser Überlegung ist allerdings, daß das Scheibchen infolge der Reibungskräfte der Flüssigkeit sich schon nach wenigen Schwingungen nur noch in großer Nähe des Bauches bewegt.

Geht man nunmehr, um die Gesamterscheinung zu erfassen, zur statistischen Betrachtung über, so folgt aus (4) für die potentielle Energie  $u$  eines Teilchens im Schallfeld:

$$u = -\frac{1}{3} a^3 \varrho_1 |\dot{\xi}|^2 f\left(\frac{\varrho_0}{\varrho_1}\right) \cos 2\psi, \quad (10)$$

wobei als Nullpunkt ihr Wert bei  $\psi = 45^\circ$  gewählt ist.

Nach dem Boltzmann-Satz ist die Zahl der Teilchen, deren Normale in den Raumwinkel  $d\Omega = 2\pi \sin \psi d\psi$  fallen, im eingeschalteten US.-Feld durch den Ausdruck

$$dN_\Omega = A e^{-\frac{u}{kT}} d\Omega \quad (11)$$

gegeben. Dabei bedeutet  $\psi$  den Winkel zwischen Teilchennormale und Wellennormale. Für  $u$  ist der Wert von (10) einzusetzen.

Integriert man über den kleinen, aber endlichen Winkelbereich  $\Delta\psi = \psi_2 - \psi_1$ , so erhält man die Teilchenzahl im Bereich  $\psi_1 \div \psi_2$ :

$$\Delta N = 2\pi \int_{\psi_1}^{\psi_2} A e^{b \cos^2 \psi} \sin \psi d\psi = -2\pi A e^{-b} \int_{\psi_1}^{\psi_2} e^{2b \cos^2 \psi} d(\cos \psi), \quad (12)$$

indem für  $b$

$$b = \frac{\frac{1}{3} a^3 \varrho_1 |\dot{\xi}|^2 f\left(\frac{\varrho_0}{\varrho_1}\right)}{k T} \quad (13)$$

gesetzt ist. Führt man als neue Variable

$$\sqrt{2b} \cos \psi = x \quad (14)$$

ein, so folgt:

$$\Delta N = -\frac{2\pi A}{\sqrt{2b}} e^{-b} \int_{x_1}^{x_2} e^{x^2} dx = \frac{2\pi A}{\sqrt{2b}} e^{-b} \left[ \int_0^{x_1} e^{x^2} dx - \int_0^{x_2} e^{x^2} dx \right]. \quad (15)$$

Ist  $N$  die Gesamtzahl aller Teilchen, so ergibt sich für  $A$ :

$$A = \frac{N}{2\pi} \frac{\sqrt{2b}}{e^{-b}} \left\{ \int_0^{\sqrt{2b}} e^{x^2} dx \right\}^{-1},$$

und dies in (15) eingesetzt:

$$\Delta N = N \frac{\int_0^{x_1} e^{x^2} dx - \int_0^{x_2} e^{x^2} dx}{\frac{\sqrt{2b}}{\int_0^{\sqrt{2b}} e^{x^2} dx}}.$$

Setzt man  $\psi_1 = 0$  und  $\psi_2 = \psi$  und versieht noch  $\Delta N$  mit dem Index  $F$ , da dies die Verteilung ist, die sich im eingeschalteten Feld einstellt, so ist

$$\Delta N_F = N \left\{ 1 - \frac{\int_0^{\sqrt{2b} \cos \psi} e^{x^2} dx}{\int_0^{\sqrt{2b}} e^{x^2} dx} \right\} \quad (16)$$

die Zahl der Teilchen, deren Normale einen Winkel zwischen 0 und  $\psi$  mit der Feldrichtung bilden. Die Zahl der Teilchen, deren Normale ohne angelegtes Feld, im Falle der Gleichverteilung, in den Winkelbereich zwischen 0 und  $\psi$  fällt, ist

$$\Delta N_0 = \int_0^\psi N \frac{d\Omega}{2\pi} = N \int_0^\psi \sin \psi d\psi = N(1 - \cos \psi). \quad (17)$$

Der Faktor, um den sich die Teilchenzahl im Bereich  $0 \div \psi$  im eingeschalteten Feld vermehrt, ist demnach

$$F = \frac{\Delta N_F}{\Delta N_0} = \left\{ 1 - \frac{\int_0^{\sqrt{2b} \cos \psi} e^{x^2} dx}{\int_0^{\sqrt{2b}} e^{x^2} dx} \right\} \{1 - \cos \psi\}^{-1}. \quad (18)$$

Für  $x \ll 1$  folgt für das Integral der Näherungswert

$$\int_0^x e^{t^2} dt = x. \quad (19)$$

Setzt man diesen Wert in (16) ein, so geht die Funktion in der Tat in die Gleichverteilung über:

$$\Delta N_F = \Delta N_0 = N(1 - \cos \psi) \quad (20)$$

und es wird  $F = 1$ .

Für  $x \gg 1$  ist

$$\int_0^x e^{t^2} dt = \frac{e^{x^2}}{2x} \quad (21)$$

und (18) geht über in

$$F = \frac{\Delta N_F}{\Delta N_0} = \frac{1 - \frac{e^{-2b \sin^2 \psi}}{\cos \psi}}{1 - \cos \psi}. \quad (22)$$

Fig. 2 zeigt  $F = F(\psi)$  als Funktion des Winkels mit den Werten  $b = 32$  und  $b = 8$ . Für kleine Winkel ist die Zunahme der Teilchen

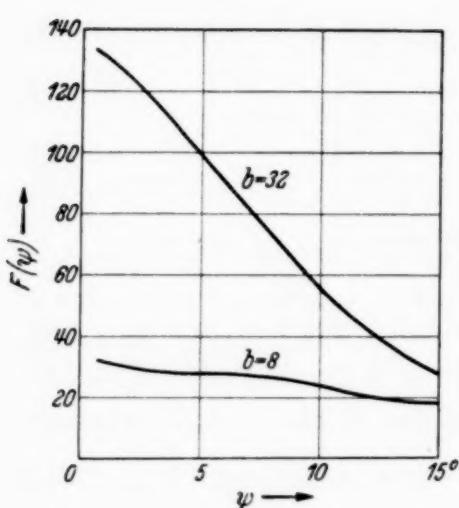


Fig. 2.

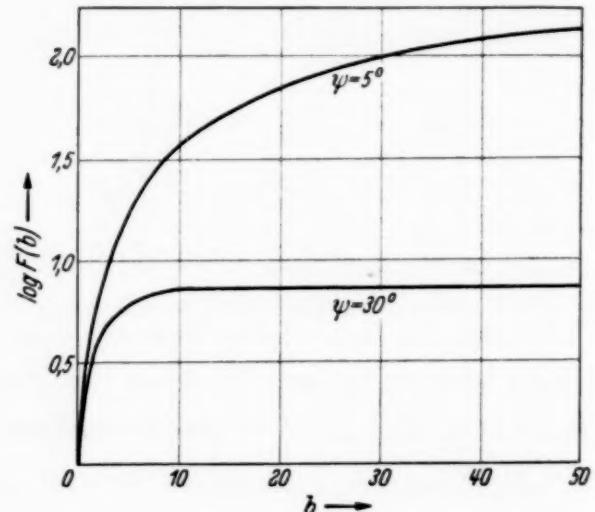


Fig. 3.

immer am größten, desgleichen erfolgt der Abfall mit wachsendem Winkel für große Energiewerte  $b$  entsprechend steiler. Beide Kurven nähern sich für  $\psi = 90^\circ$  naturgemäß der Gleichverteilung und entsprechend dem Wert  $F(\psi) = 1$ , da (18) in (20) übergeht.

Fig. 3 zeigt den Verlauf von  $F = F(b)$  als Funktion des Energieverhältnisses  $b$ , indem die obere Grenze  $\psi$  konstant gehalten ist. Als Ordinate ist  $\log F(b)$  aufgetragen. Man sieht die stark ansteigende Richtwirkung gerade bei kleinen Energien.

Benutzt man die Suspension z. B. zum optischen Schallnachweis, indem man die Teilchen parallel zur Wellennormale beleuchtet und in gleicher Richtung beobachtet, so tritt infolge der Spiegelwirkung eine Aufhellung ein (in schräger Beobachtungsrichtung eine Verdunkelung). Diese ist dem Zuwachs der Teilchen im Winkelbereich  $0 \div \psi$ , also der Funktion  $F$  [Gleichung (18)] proportional. Bei  $F_{(b)} = 1,1$ , also  $\log F_{(b)} = 0,04$ , beträgt sie z. B. 10%. Es tritt eine 10%ige Aufhellung ein. Nimmt man dies als untere Grenze der Sichtbarkeit, so ergibt sich  $b = 0,1$  (Fig. 3). Hieraus folgt aus (13) an Hand der oben gegebenen Daten als Grenzenergie, die z. B. noch optisch nachgewiesen werden kann, in Xylol bei Zimmertemperatur

$$|\dot{\xi}|^2 = \frac{b k T}{\frac{1}{3} a^3 \varrho_1 f \left( \frac{\varrho_0}{\varrho_1} \right)} = 5 \cdot 10^{-5} \left( \frac{\text{cm}}{\text{sec}} \right)^2$$

und

$$I = \frac{\varrho_0 v}{2} |\dot{\xi}|^2 = 2,8 \frac{\text{erg}}{\text{sec cm}^2} \text{ } ^1)$$

( $v$  = Schallgeschwindigkeit in Xylol).

Aus dem Verlauf von  $F = F(\psi)$  (Fig. 2) folgt ferner, daß eine Belichtung mit möglichst parallelem Lichtbündel günstig ist ( $\psi$  klein).

Interessant ist es, daß trotz des starken Richteffektes schon bei kleinen Energien erst sehr langsam Sättigung eintritt. Setzt man für die Integrale in (16) nach (21) die Werte ein, so folgt für die Sättigungsfunktion:

$$\frac{\Delta N_F}{N} = 1 - \frac{e^{-2b \sin^2 \psi}}{\cos \psi}. \quad (23)$$

Fig. 4 zeigt den Verlauf von  $\frac{\Delta N_F}{N}$  als Funktion von  $b$  für  $\psi = 5^\circ$ .

Erst bei  $b = 200$  ist 95%ige Sättigung erreicht, d. h. in einem Energieintervall über mehr als drei Zehnerpotenzen findet eine merkliche Änderung statt. Die Grenzen des Intervalls lassen sich wesentlich variieren durch die Größen  $\varrho_0/\varrho_1$  und  $a$ . Gerade von letzterer ist  $b$  wesentlich abhängig, da es mit  $a^3$  wächst [Gleichung (13)]. Hierbei unterliegt der Radius  $a$  allerdings der Bedingung, daß er klein gegenüber der Wellenlänge sein muß. Ferner wird er unter Umständen einen Einfluß auf die

<sup>1)</sup> Diese Grenze dürfte sich experimentell allerdings wohl kaum erreichen lassen, da sich für derartige Energiebeträge eine sehr große Einstelldauer ergibt.

*Einstelldauer* im Felde ausüben. Diese lässt sich entnehmen aus einer Rechnung von Stuart<sup>1)</sup> über Bewegung von Ellipsoiden in Flüssigkeiten. Man findet dort die bei der Drehung eines Ellipsoiden um eine beliebige Achse in einer zähen Flüssigkeit auftretenden Reibungsmomente. Da es sich im vorliegenden Falle um ein flaches Rotationsellipsoid handelt, dessen Halbachsen

$$a = b \gg c$$

sind, kann man die hierbei auftretenden Reibungsmomente durch einen Grenzübergang aus den Formeln von Stuart gewinnen. Da das Schallfeld um die  $c$ -Achse kein richtendes Moment ausübt, ist die Drehung um diese Achse für das Folgende unwesentlich. Es braucht demnach nur das Reibungsmoment um die in der Scheibchenebene gelegene momentane Drehachse berücksichtigt zu werden.

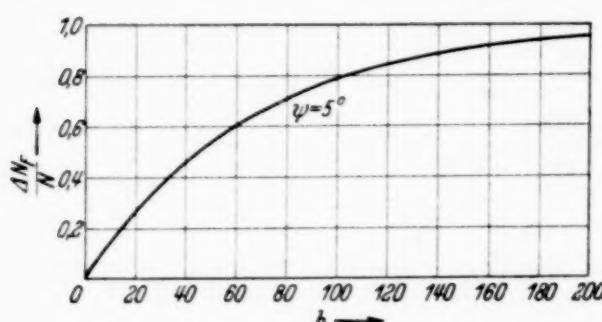


Fig. 4.

Ist  $\mathfrak{M}$  das Drehmoment,  $\eta$  der Reibungskoeffizient der Flüssigkeit, und ist  $d\psi/dt$  die Winkelgeschwindigkeit um die Drehachse, so ergibt sich

$$\mathfrak{M} = \frac{16}{3} \pi \eta \frac{d\psi}{dt} \frac{a^2 + c^2}{a^2 A + c^2 C}. \quad (24)$$

Hierin sind  $A$  und  $C$  Ausdrücke der Form

$$\left. \begin{aligned} A &= (a^2 - c^2)^{-3/2} [\arcsin \varphi - \sin \varphi \cos \varphi], \\ C &= 2(a^2 - c^2)^{-3/2} [\tan \varphi - \arcsin \varphi], \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

wobei

$$\sin \varphi = \sqrt{1 - \frac{c^2}{a^2}}$$

gesetzt ist.

Die Gleichung (24) ist eine erste Näherung, wobei die Größe  $\mathfrak{M}$  nur eine lineare Funktion von  $d\psi/dt$  ist. Die Näherung stimmt bei großen Rotationskörpern schlecht<sup>2)</sup>, bei kleinen jedoch sehr gut, da es im wesentlichen auf die Tangentialgeschwindigkeit ankommt, die an der Umrandung herrscht.

In den Bruch der Gleichung (24) geht offenbar zunächst nur das Verhältnis der Halbachsen und erst in die Größen  $A$  und  $C$  die Absolutwerte

<sup>1)</sup> Th. Stuart, Proc. London. Math. Soc. **33**, 342, 1901. — <sup>2)</sup> H. Lamb, Lehrb. d. Hydrodyn. 1907, S. 678.

der Halbachsen des Rotationskörpers ein. Setzen wir deshalb das Verhältnis der Halbachsen  $c/a = \varepsilon$ , so läßt sich die Gleichung (24) in der Form schreiben:

$$\mathfrak{M} = G \frac{d\psi}{dt} \frac{1 + \varepsilon^2}{A' + \varepsilon^2 C'}, \quad (26)$$

wobei  $G = \frac{16}{3} \pi \eta a^3$  gesetzt ist.

Statt (25) folgt dann:

$$\begin{aligned} A' &= (1 - \varepsilon^2)^{-3/2} [\arcsin \varphi - \sin \varphi \cos \varphi], \\ C' &= 2(1 - \varepsilon^2)^{-3/2} [\tan \varphi - \arcsin \varphi]. \end{aligned} \quad (27)$$

In der Gleichung (26) ist nunmehr die erste Größe  $G$  nur noch Funktion der Reibung und der absoluten Größe des Rotationskörpers und die Größen  $A', C'$  Funktionen des Verhältnisses  $\varepsilon$ .

Nach Gleichung (4) war das mittlere Drehmoment  $\bar{L}$ :

$$\bar{L} = -K \sin 2\psi, \quad (28)$$

wobei für

$$K = \frac{2}{3} a^3 \varrho_1 |\dot{\xi}|^2 f\left(\frac{\varrho_0}{\varrho_1}\right) \quad (29)$$

zu setzen ist.

Die Achse des Drehmomentes  $\bar{L}$  liegt senkrecht zu der von Teilchen-normale und Wellennormale gebildeten Ebene in der Ebene des Scheibchens und stellt die momentane Drehachse dar. Setzt man demnach das richtende Drehmoment des Schallfeldes entgegengesetzt gleich dem Reibungsmoment, so folgt:

$$\mathfrak{M} = -\bar{L} = G \frac{d\psi}{dt} \frac{1 + \varepsilon^2}{A' + \varepsilon^2 C'} = K \sin 2\psi. \quad (30)$$

Für die Einstelldauer ergibt sich dann

$$t = \frac{G}{K} \frac{1 + \varepsilon^2}{A' + \varepsilon^2 C'} \int \frac{d\psi}{\sin 2\psi}. \quad (31)$$

Integriert man zwischen den Grenzen  $\psi$  und  $\psi_0$  und setzt die Werte für  $G$  und  $K$  ein, so folgt:

$$t = \frac{4\pi\eta \cdot 2.3(1 + \varepsilon^2)}{\varrho_1 |\dot{\xi}|^2 f\left(\frac{\varrho_0}{\varrho_1}\right) (A' + \varepsilon^2 C')} \left[ \log \tan \frac{\psi}{2} \right]_{\psi_0}^{\psi}. \quad (32)$$

Hierbei ist vorausgesetzt, daß die Zeit, in der im Anfang eine Winkelbeschleunigung des Teilchens stattfindet, sehr klein ist gegenüber der gesamten Einstelldauer. Aus (32) folgt das bemerkenswerte Ergebnis, daß die Einstelldauer unabhängig ist von der absoluten Größe ( $a$ ) der Teilchen!

Sieht man die Einstelldauer als beendet an, wenn die Normale der Teilchen einen Grenzwinkel  $\psi = \psi_0$  (z. B.  $50^\circ$ , siehe oben) unterschreitet, so folgt für  $[\log \tan \psi]_{\psi_0}^{\psi}$ :

$$\begin{array}{cccccccc} \psi = & 90 & 89 & 75 & 55 & 35 & 15 & 5^\circ, \\ \log \tan \psi|_{\psi_0}^{\psi} = & \infty & 2,8 & 1,6 & 1,2 & 0,9 & 0,5 & 0. \end{array}$$

Die Klammer hat also innerhalb des wesentlichen Winkelbereiches im Mittel etwa den Wert 1. Setzt man die experimentellen Daten ein und wählt für die Halbachsen das abgerundete Verhältnis 10 : 1, das ebenfalls ungefähr den experimentellen Daten entspricht (siehe oben), so folgt für eine Geschwindigkeitsamplitude  $|\xi| = 0,77$  cm/sec:

$$t = 0,67 \text{ sec.}$$

In der Tat lag die Einstelldauer gut in dieser Größenordnung. Die Intensität des US.-Feldes war hierbei so eingestellt, daß auf eine Schallwaage ein gerade noch gut meßbarer Schalldruck von 0,5 Dyn/cm<sup>2</sup> erfolgte, was der oben angegebenen Geschwindigkeitsamplitude entspricht.

Berlin, Physikal. Chem. Institut der Universität, im Juni 1937.

## Die längste Protonengruppe bei der Umwandlung des Bors durch Alphastrahlen.

Von **H. Maier-Leibnitz** und **W. Maurer** in Heidelberg.

Mit 2 Abbildungen. (Eingegangen am 29. September 1937.)

Das Protonenspektrum von Bor bei der Beschießung mit Polonium- $\alpha$ -Strahlen reicht bis 91 cm, das ist erheblich weiter als bisher angenommen. Hieraus berechnet sich die Energietönung des Prozesses zu 3,7 e-MV in befriedigender Übereinstimmung mit den Massen der beteiligten Kerne.

Der Anlaß dieser neuen Untersuchung über das schon oft behandelte Protonenspektrum des Bors war die Tatsache, daß die Energietönung des Prozesses  ${}^5\text{B}^{10}(\alpha; p){}^6\text{C}^{13}$  nach den bisherigen Messungen sich nicht in Einklang bringen ließ mit der aus den Kernmassen berechneten Energietönung. Die Messung ergab eine Energietönung von 2,9 bis 3,1 e-MV, aus den Massen dagegen erhält man  $4,0 \pm 0,8$  e-MV (für die genauere Diskussion siehe die folgende Arbeit von Bothe und Maier-Leibnitz). Wir haben uns auf Anregung von Herrn Prof. Bothe zum Ziel gesetzt, zu untersuchen, ob etwa das Protonenspektrum doch zu größeren Energien reicht als bisher gemessen wurde.

Da nach den bisherigen Messungen auf jeden Fall nur ein schwacher Effekt zu erwarten war, haben wir eine möglichst „lichtstarke“ Anordnung verwendet, unter Verzicht auf gute Geometrie (Fig. 1). Ein Poloniumpräparat von 20 mC lag direkt auf einer Borschicht von etwa 3 cm Luftäquivalent; beide lagen nahe über einer Ionisationskammer von 4 cm Tiefe und 7 cm wirksamem Durchmesser, die mit Argon von Atmosphärendruck gefüllt war. Die Kammer war auf der einen Seite durch eine Aluminiumplatte von 28 cm Luftäquivalent abgeschlossen. Zwischen die Kammer und die Borschicht konnten gut homogene Aluminiumabsorber geschoben werden. Zur Reichweitenbestimmung wurden  $1,62 \text{ mg}/\text{em}^2 \text{ Al}$  gleich 1 cm Luft gesetzt. An der Kammer lag eine Spannung von 1000 Volt. Die einzelnen Ionisationsstöße wurden durch einen Proportionalverstärker, wie er schon zu anderen Arbeiten im Institut verwendet wurde, verstärkt und ihre Zahl und Größe registriert. Die Größe der Ausschläge auf dem Registrierstreifen war der in der Kammer absorbierten Energie direkt proportional.

Die Wahl der Dimensionen und der Füllung der Kammer war dadurch bedingt, daß bei der Beschießung von Bor mit  $\alpha$ -Strahlen auch Neutronen in beträchtlicher Zahl auftreten. Ihre Energie reicht bis 5 e-MV. Mit

Argon als Füllgas beträgt die Energie der von ihnen erzeugten Rückstoßkerne also höchstens 0,5 e-MV. Mit den verwendeten Kammerdimensionen beträgt die größte Protonenenergie, die in der Kammer absorbiert werden kann, etwa 1,6 e-MV, und noch ein Proton von 15 cm Restreichweite, das die Kammer senkrecht durchsetzt, gibt 0,46 e-MV in der Kammer ab. Damit ist eine ausreichende Trennung der Bereiche für die Neutronen und Protonen erreicht. Bei der Auswertung wurden alle Ausschläge gezählt, deren

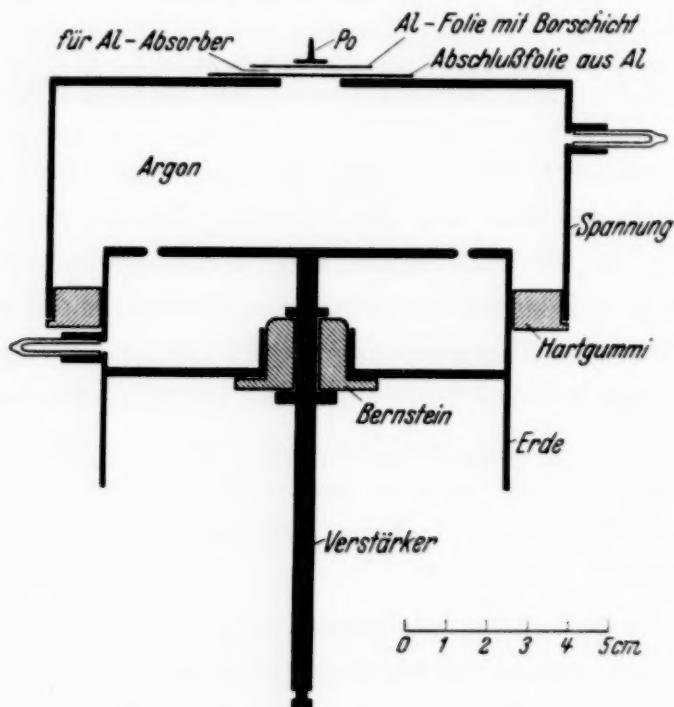


Fig. 1. Experimentelle Anordnung.

Energie zwischen 0,85 und 2 e-MV lag; so wurde das Verhältnis von Effekt zu Nulleffekt am günstigsten. Protonen, die mit einer kleineren Restreichweite als 2 cm in die Kammer eintraten, wurden nach dieser Methode nicht gezählt; die erhaltenen Reichweiten wurden deshalb um 2 cm erhöht. Andererseits wurden auf diese Weise auch solche Protonen nicht gezählt, die mit einer Restreichweite von mehr als 8 cm in die Kammer eintraten. Ausschläge, die mehr als 2 e-MV entsprachen, wurden deshalb fortgelassen, weil sie nur von dem  $\alpha$ -Nulleffekt der Kammer herrühren konnten. Der bei großer Absorberdicke verbleibende Nulleffekt von 0,74/min ist wahrscheinlich zum großen Teil durch Protonen verursacht, die durch die Borneutronen in der Aluminiumplatte ausgelöst wurden nach dem Prozeß  $^{13}\text{Al}^{27}(n, p) ^{12}\text{Mg}^{27}$ \*).

\*) Siehe H. Klarmann, ZS. f. Phys. **95**, 221, 1935.

Fig. 2 zeigt das Ergebnis der Messung. Man sieht, daß tatsächlich das Protonenspektrum nicht bei etwa 80 cm zu Ende ist, wie es nach den früheren Messungen sein sollte, sondern noch einen schwachen Ausläufer bis etwa 90 cm hat. Nach der Geometrie der Anordnung muß die Kurve etwa mit der dritten Potenz der Restreichweite in die Nulllinie einlaufen. Eine mit dieser Potenz durchgeführte Extrapolation der letzten Punkte ergibt als Endpunkt der Verteilung  $91 \pm 2$  cm. Die  $\alpha$ -Strahlen hatten

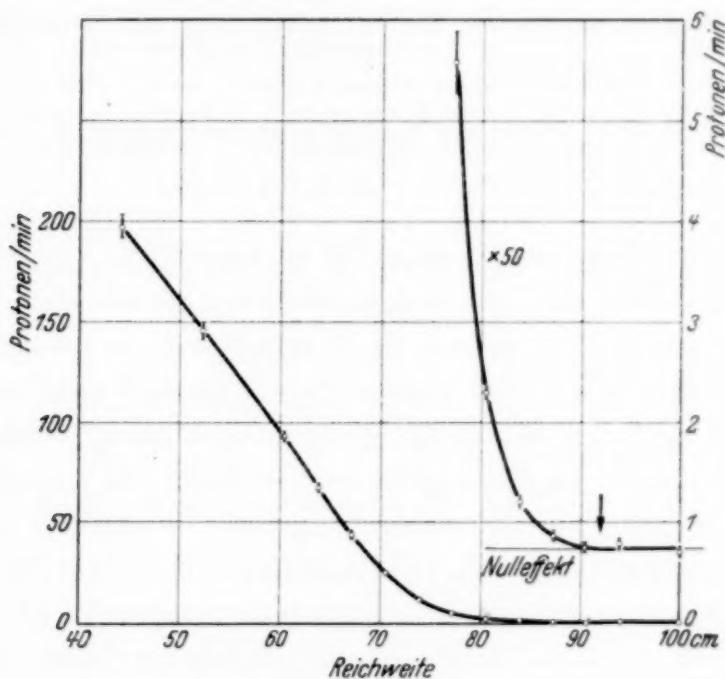


Fig. 2. Absorptionskurve der Protonen.

die volle Reichweite des Poloniums. Damit berechnet sich die Energietönung zu 3,7 e-MV in befriedigender Übereinstimmung mit dem aus den Massen berechneten Wert<sup>1)</sup>.

Die bisher längste Gruppe von etwa 80 cm kann bei der vorliegenden Messung wegen der schlechten Geometrie nicht deutlich getrennt erscheinen. Die Entscheidung, ob sie wirklich als getrennte Gruppe existiert und nicht etwa nur eine Resonanzgruppe zu der jetzt gefundenen darstellt, muß bei den älteren Arbeiten gesucht werden, wo die geometrische Anordnung durchweg günstiger war. Diese Diskussion ist bei Bothe und Maier-

<sup>1)</sup> Kürzlich haben G. Brubaker u. E. Pollard (Phys. Rev. **51**, 1013, 1937) in einer kurzen Mitteilung eine Gruppe mit einer Energietönung von  $4,7 \pm 0,5$  e-MV angegeben. Wir haben nach dieser Gruppe gesucht, aber bis 160 cm Protonenreichweite nichts gefunden. Unser Fehler ist 25mal kleiner als die von ihnen angegebene Intensität.

Leibnitz (siehe folgende Arbeit) ausgeführt. Immerhin wollen wir bemerken, daß es uns nicht gelungen ist, eine Berechnung in Übereinstimmung mit unserer Kurve zu bringen, die wir unter Annahme nur einer Gruppe mit Berücksichtigung der Winkelverteilung und der Richtungsabhängigkeit der Protonenreichweite ausgeführt haben, selbst wenn die Resonanzanregung bei  $R_\alpha = 2,9$  cm, die z. B. Miller, Duncanson und May<sup>1)</sup> beobachtet haben, berücksichtigt wurde.

Wir danken Herrn Prof. Bothe für sein förderndes Interesse an dieser Untersuchung.

Heidelberg, Inst. f. Phys. am Kaiser Wilhelm-Institut f. med. Forsch.,  
September 1937.

---

<sup>1)</sup> H. Miller, W. E. Duncanson, A. N. May, Proc. Cambr. Phil. Soc. **30**, 549, 1934.

## Eine Besonderheit bei der Umwandlung von $B^{10}$ in $C^{13}$ .

Von **W. Bothe** und **H. Maier-Leibnitz** in Heidelberg.

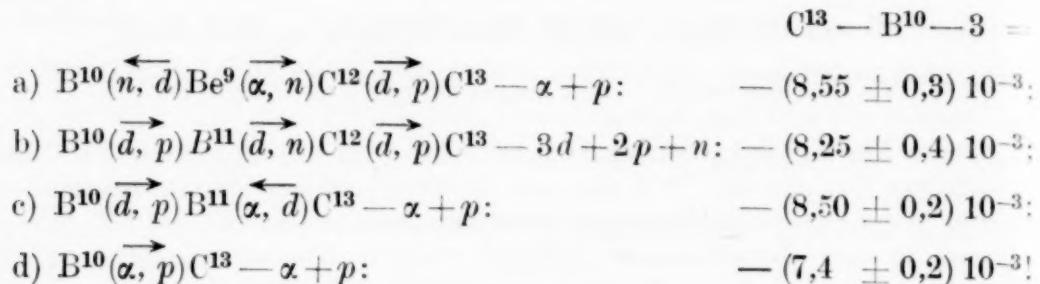
Mit 2 Abbildungen. (Eingegangen am 29. September 1937.)

Bei dieser Umwandlung tritt nach Ausweis der Energiebilanz ein um  $\sim 0,8$  e-MV angeregter Zustand des  $C^{13}$ -Kerns auf. Frühere und neue Koinzidenzmessungen lassen keine  $\gamma$ - oder  $\beta$ -Strahlung erkennen, welche den raschen Übergang aus diesem in den Grundzustand anzeigen würde. Die nächstliegende Deutung besteht darin, daß dieser Zustand metastabil ist, daß also ein Isomer des  $C^{13}$  vorliegt. Versuche, ein „Nachleuchten“ dieses Zustandes festzustellen, führten zu keiner Entscheidung. Das Spektrum der bei dem Prozeß entstehenden  $\gamma$ -Strahlung wurde bis 2,5 e-MV ausgemessen.

**1. Problem.** Die Reaktion  $B^{10}(\alpha, p) C^{13}$  war nicht nur die erste, an welcher die Tatsache der Gruppenstruktur der Kerntrümmer erkannt wurde, sie gehörte auch in der Folgezeit zu den am meisten untersuchten Reaktionen<sup>1)</sup>. Trotzdem zeigte sich gerade bei dieser Reaktion eine merkwürdige Schwierigkeit, seit man die Massen der leichten Kerne genauer bestimmt hatte: Die Energiebilanz ging nicht auf. Ordnet man nämlich die längste beobachtete Protonengruppe ( $R_p = 75$  bis 80 cm für Po- $\alpha$ -Strahlen) wie üblich dem Grundzustand des entstehenden  $C^{13}$ -Kernes zu, so ergeben alle bisherigen Messungen eine Energietönung von 2,9 bis 3,1 e-MV, wobei diese Bestimmungen unter den verschiedensten Bedingungen hinsichtlich  $\alpha$ -Energie und Emissionswinkel durchgeführt wurden. Dagegen folgt aus den heute angenommenen Massen der beteiligten Kerne eine Energietönung von 4,3 bis 3,7 e-MV, je nachdem ob man die Massenwerte benutzt, welche Oliphant<sup>2)</sup> aus Kernreaktionen in Verbindung mit Aston's massenspektroskopischen Messungen gewonnen hat, oder die neueren, sehr genauen massenspektroskopischen Werte von Bainbridge und Jordan<sup>3)</sup>. Diese Abweichung zwischen der beobachteten und der berechneten Energietönung ist sicher größer als die Genauigkeit der Massenwerte zuläßt. Auch läßt sich die Diskrepanz schon aufzeigen, indem man nur Kernreaktionen miteinander kombiniert, ohne Benutzung massenspektral-

<sup>1)</sup> W. Bothe u. H. Fränz, ZS. f. Phys. **43**, 456, 1927; **49**, 1, 1928; H. Fränz, ebenda **63**, 370, 1930; W. Bothe, ebenda **63**, 381, 1930; J. Chadwick, J. E. R. Constable u. E. C. Pollard, Proc. Roy. Soc. London (A) **130**, 463, 1931; H. Miller, W. E. Duncanson u. A. N. May, Proc. Cambr. Phil. Soc. **30**, 549, 1934; R. E. Paton, ZS. f. Phys. **90**, 586, 1934. — <sup>2)</sup> M. L. E. Oliphant, Kernphysik (Züricher Vorträge), S. 62, 1936 (Berlin). — <sup>3)</sup> K. T. Bainbridge u. E. B. Jordan, Phys. Rev. **51**, 384, 385, 1937.

skopischer Daten für die schwereren Kerne. Die Massendifferenz  $C^{13} - B^{10}$  läßt sich nämlich aus folgenden gut bekannten Reaktionsketten unabhängig ermitteln<sup>1)</sup>:



Man sieht wiederum, daß die letzte Reaktion eine rund 1 e-MV schwerere  $C^{13}$ -Masse liefert, als die übrigen.

Um diesen Sachverhalt zu verstehen, ist die nächstliegende Annahme, daß die längste bisher beobachtete Protonengruppe ( $\sim 80$  cm für  $\alpha$ ) nicht zu dem Grundzustand des  $C^{13}$ , sondern zu einem angeregten Zustand führt. Dies gab Anlaß, nach einer noch längeren Protonengruppe zu suchen. In der Tat ist Maier-Leibnitz und Maurer<sup>2)</sup> der Nachweis gelungen, daß noch Protonen bis zu 91 cm auftreten, wenn auch in sehr geringer Zahl. Die Energietönung berechnet sich hieraus zu 3,7 e-MV. Damit dürfte die Energiebilanz in Ordnung sein. Dennoch ist der Fall dadurch nicht geklärt. Wenn nämlich die 80 cm-Gruppe zu einem angeregten  $C^{13}$  gehört, so sollte man  $\gamma$ -Quanten beobachten, die durch Übergang dieses  $C^{13}$  in den Grundzustand entstehen und mit den Protonen der 80 cm-Gruppe praktisch koinzidieren. Dies ist nach Koinzidenzversuchen von Bothe und v. Baeyer<sup>3)</sup> nicht der Fall.

2. *Besprechung der früheren Messungen.* Bevor man aus diesem Sachverhalt weitere Schlüsse zieht, muß man sicher sein, daß nicht Meßfehler vorliegen. Man könnte daran denken, daß es sich bei den früheren Reichweitemessungen stets um dieselbe Protonengruppe gehandelt habe, die Maier-Leibnitz und Maurer beobachtet haben, nur daß sie durch ungünstige geometrische Verhältnisse nach der Seite kürzerer Reichweiten verwaschen war, so daß eine zu kurze Reichweite vorgetäuscht wurde. Daß es sich in

<sup>1)</sup> Die Pfeile geben die Richtung an, in welcher die Reaktion beobachtet wurde. Die einzelnen Energietönungen wurden aus folgenden Arbeiten entnommen: J. D. Cockcroft u. W. B. Lewis, Proc. Roy. Soc. London (A) **154**, 246, 1936; J. R. Dunning, Phys. Rev. **45**, 586, 1934; W. Bothe, ZS. f. Phys. **100**, 273, 1936; H. Miller, W. E. Duncanson u. A. N. May, a. a. O.; T. W. Bonner u. W. M. Brubaker, Phys. Rev. **50**, 308, 1936. — <sup>2)</sup> Siehe vorstehende Arbeit. — <sup>3)</sup> W. Bothe u. H. J. v. Baeyer, Göttinger Nachr. 1, 195, 1935; H. J. v. Baeyer, ZS. f. Phys. **95**, 417, 1935.

Wirklichkeit um zwei verschiedene Gruppen handelt, ist zwar aus der Absorptionskurve von Maier-Leibnitz und Maurer nicht sehr deutlich zu erkennen; indessen ist in Anbetracht der sehr schlechten Geometrie, die dabei aus Intensitätsgründen gewählt werden mußte, keine bessere Trennung zu erwarten, wie ausführliche Rechnungen zeigten, die hier nicht wiedergegeben zu werden brauchen. Bei den früheren Messungen aber waren durchweg die geometrischen Bedingungen um mindestens einen Grad besser, insofern, als wenigstens der sekundäre Raumwinkel der Protonen, häufig auch noch der primäre der  $\alpha$ -Strahlen, klein gehalten wurde. Die genauere Betrachtung läßt es nicht verständlich erscheinen, daß alle Autoren unter den verschiedensten Meßbedingungen übereinstimmend eine sehr gut definierte Reichweite gefunden haben sollten, welche nur durch geometrische Verwaschung einer wesentlich längeren Gruppe entstanden wäre und stets zu derselben Energietönung von  $3,0 \pm 0,1$  e-MV führte. In der Tat gibt es auch noch andere  $(\alpha, p)$ -Reaktionen, die nach denselben Methoden untersucht worden sind und dabei die richtige Energietönung  $Q$  ergeben haben, nämlich:

$$N^{14} (\alpha, p) O^{17}: Q_{\text{beob.}}^1 = -1,4 \text{ e-MV}; \quad Q_{\text{ber.}} = -1,4 \text{ e-MV},$$

$$F^{19} (\alpha, p) Ne^{22}: Q_{\text{beob.}}^2 = 1,55 \text{ e-MV}; \quad Q_{\text{ber.}}^3 = 1,4 \text{ e-MV}.$$

Hiernach muß man zu dem Schluß kommen, daß in den weitestreichenden Protonen der betrachteten B-Reaktion zwei Gruppen vorliegen, von denen die längere so schwach ist, daß sie den früheren Forschern entgangen ist und erst unter den günstigen Bedingungen von Maier-Leibnitz und Maurer beobachtet werden konnte.

Bei den meisten bisherigen Versuchen waren die benutzten Borschichten ziemlich dick. Dann gibt es zwei Möglichkeiten für das Zustandekommen getrennter Gruppen:

a) Beide Gruppen gehören zu derselben Energietönung von 3,7 e-MV, aber zu verschiedenen  $\alpha$ -Energien: die längere zu der vollen primären  $\alpha$ -Energie, die kürzere zu abgebremsten  $\alpha$ -Strahlen von einer solchen Energie, für welche Resonanzeneindringung in den Kern stattfindet. Diese Möglichkeit ist in bezug auf die Messungen mit Po- $\alpha$ -Strahlen nicht ohne weiteres von der Hand zu weisen, weil die Anregungskurve zeigt, daß wirklich die differentielle Protonenausbeute für eine  $\alpha$ -Reichweite von 2,9 cm größer ist

<sup>1)</sup> Nach J. Chadwick, J. E. R. Constable u. E. C. Pollard, a. a. O.

— <sup>2)</sup> H. Pose, ZS. f. Phys. **72**, 528, 1932; J. Chadwick u. J. E. R. Constable, Proc. Roy. Soc. London (A) **135**, 48, 1932. — <sup>3)</sup> Die  $Ne^{22}$ -Masse nach Bainbridge und Jordan, die übrigen nach Oliphant.

als für die volle  $\alpha$ -Reichweite von 3,8 cm, was auf Resonanz hindeutet<sup>1)</sup>. Indessen ist diese Resonanz keineswegs ausgeprägt genug, daß man hieraus das starke Hervortreten der 80 cm-Protonengruppe verstehen könnte. Vor allem aber entfällt diese Möglichkeit ganz für die Versuche mit den energiereicheren  $\alpha$ -Strahlen des RaC' und ThC', da hier die gemessenen Protonenreichweiten einmal weit außerhalb der zu erwartenden Resonanzgruppe liegen, dann aber auch genau die Abhängigkeit von der  $\alpha$ -Energie zeigen, die zu erwarten ist, wenn sie zu der jeweils größten  $\alpha$ -Reichweite gehören: Unabhängig von der  $\alpha$ -Reichweite ergibt sich stets dieselbe Energietönung von 3,1 e-MV<sup>2)</sup>.

b) Hiernach bleibt nur die zweite Möglichkeit, daß beide Gruppen zur jeweiligen maximalen  $\alpha$ -Energie gehören und die Energietönung verschieden ist, nämlich  $Q_1 = 3,7$  e-MV;  $Q_2 = 3,0$  e-MV. Der erste Wert ist dann dem Grundzustand, der zweite einem angeregten Zustand des C<sup>13</sup> zuzuordnen. Diese Auffassung führt auf die eingangs erwähnte Schwierigkeit, daß ein Übergang dieses angeregten C<sup>13</sup> in den Grundzustand nicht beobachtet werden konnte. v. Baeyer<sup>3)</sup> hatte nämlich gefunden, daß nur die noch kürzere Protonengruppe zu  $Q_3 = 0,4$  e-MV ( $R_p = 35$  cm mit Po $\alpha$ ) mit  $\gamma$ -Strahlen gekoppelt ist, nicht aber die Gruppe zu  $Q_2 = 3,0$  e-MV ( $R_p = 80$  cm). Da andererseits nach der obigen Diskussion die letzterwähnte Auffassung schwer zu umgehen ist, sollte sie weiter experimentell verfolgt werden.

*3. Koinzidenzen zwischen Protonen und  $\gamma$  Strahlen.* Zunächst wurde der Koinzidenzversuch von v. Baeyer unter wesentlich besseren Bedingungen und mit allen Kontroll- und Vorsichtsmaßnahmen wiederholt. Die geometrische Anordnung war dieselbe wie bei v. Baeyer (a. a. O. Fig. 1). Das Präparat (4 mC Po), eine Borschicht von etwa 3 cm Luftäquivalent und Quarzabsorber von insgesamt 42 cm Luftäquivalent befanden sich im Innern eines Proportionalzählrohres, in dem die Protonen gezählt wurden. Die  $\gamma$ -Strahlen wurden in einem Kranz von acht parallel geschalteten Zählrohren nachgewiesen, der um den Proportionalzähler herumgelegt war. Der Koinzidenzverstärker, dem die Ausschläge zugeleitet wurden, hatte eine Auflösungszeit von  $5 \cdot 10^{-5}$  sec, das ist 30mal kleiner als bei dem von v. Baeyer verwendeten Verstärker. Dadurch wurde die Zahl der zufälligen Koinzidenzen stark vermindert. Der Verstärker arbeitete nach der Rossischen Schaltung. Er hatte auf jeder Seite drei Vorstufen für die Ver-

<sup>1)</sup> Z. B. H. Miller, W. E. Duncanson u. A. N. May, Proc. Cambr. Phil. Soc. **30**, 549, 1934. — <sup>2)</sup> R. F. Paton, a. a. O. — <sup>3)</sup> H. J. v. Baeyer, a. a. O.

stärkung und Verkürzung der Einzelausschläge. In drei weiteren Röhren wurden die koinzidierenden Ausschläge ausgesiebt, wieder verlängert und der zum Betrieb des Zählwerkes nötige Strom erzeugt.

Das Protonenzählrohr hatte einen Radius von 0,85 cm und war mit Luft von 70 mm Hg gefüllt. Bei diesen Abmessungen sind die Protonen-ausschläge sehr ungleich groß, je nach der Protonenenergie beim Durchgang. Die langsamsten Protonen geben etwa zehnmal größere Ausschläge als die schnellsten von etwa 30 cm Restreichweite. Die von den schnellsten Protonen erzeugte Zahl von Ionenpaaren ist schon nicht mehr größer als die, welche ein Elektron sehr kleiner Energie auf diesem kurzen Wege erzeugen kann. Das Präparat sandte eine gewisse Zahl von  $\beta$ -Teilchen aus, teils natürliche  $\beta$ -Strahlen von Polonium, teils  $\beta$ -Strahlen von RaE, das noch in Spuren vorhanden war. Deshalb gingen die Protonenausschläge ihrer Größe nach kontinuierlich in  $\beta$ -Ausschläge über, ohne eine deutliche Trennung zwischen beiden Teilchenarten.

Zur Kontrolle der Ausschlagsgröße wurde daher an die Anode der zweiten Röhre der Protonenseite ein Kathodenstrahlzoszillograph angeschlossen. Mit Hilfe der  $\gamma$ -Strahlen eines kleinen Ra-Präparats, die im Protonenzähler sehr viel mehr  $\beta$ -Strahlen auslösten als das Po-Präparat, wurde die Empfindlichkeit des Verstärkers so eingestellt, daß sicher keine  $\beta$ -Strahlen das Zählwerk zum Ansprechen brachten. Mit Hilfe des Kathodenstrahlzoszillographen und auch durch die Zählung der Einzelausschläge konnte dies dauernd kontrolliert werden.

Es wurden abwechselnd drei Messungen gemacht:

a) Protonenzählrohr mit dem Präparat im Kranz: Messung der systematischen Koinzidenzen.

b) Protonenzählrohr mit dem Präparat außerhalb des Kranzes. Die Zahl der Kranzausschläge wurde mit einem kleinen  $\gamma$ -Präparat auf dieselbe Höhe wie in der ersten Messung gebracht. Durch diese Messung wurde die Zahl der zufälligen Koinzidenzen bestimmt.

c) Protonenzählrohr im Kranz mit einem kleinen Hilfspräparat von Po + B, welches Borprotonen der kürzeren Gruppe von 35 cm in das Zählrohr treten ließ, so daß die von v. Baeyer beobachteten Koinzidenzen auftreten mußten. Die Absorberdicke betrug dabei etwa 23 cm Luftäquivalent; das Po-Präparat war um eine Größenordnung schwächer als bei a). Durch diese Messung wurde dauernd kontrolliert, ob die Anordnung auf Koinzidenzen ansprach, und es wurde ein Vergleichswert für die Koinzidenzhäufigkeit pro Proton erhalten. Bei allen drei Messungen wurden stets die Einzelausschläge mitgezählt.

Durch besondere Kontrollversuche versicherten wir uns, daß die unvermeidliche Verschiedenheit in der Größe der einzelnen Protonenausschläge keinen Einfluß auf das Ergebnis hatte. Einmal wurde die Messung c) bei verschiedenen Zählerspannungen, also bei verschiedenen Protonenausschlagsgrößen ausgeführt. Die Zahl der Koinzidenzen pro gezähltes Proton blieb konstant. Außerdem wurden bei einer Messung nach c) die Protoneausschläge mit einer Elektrometeranordnung, die statt des Oszillographen angeschaltet wurde, registriert, gleichzeitig mit den Koinzidenzen. Es zeigte sich, daß die kleinen Ausschläge ebenso häufig koinzidierten wie die großen.

Das Ergebnis der Messungen zeigt Tabelle 1.

Tabelle 1.

	80 cm-Gruppe	35 cm-Gruppe
Protonenausschläge pro Minute . . .	80,0	70,4
Gammaauschläge pro Minute . . .	282	75
Koinzidenzen pro Stunde (syst.+zuf.)	$2,59 \pm 0,25$	$10,2 \pm 0,9$
Zufällige Koinzidenzen pro Stunde . .	$2,36 \pm 0,24^1)$	$0,55^2)$
Syst. Koinzidenzen pro Proton . . .	$(0,048 \pm 0,073) 10^{-3}$	$(2,28 \pm 0,22) 10^{-3}$

Danach kommen auf ein Proton der 35 cm-Gruppe  $2,28 \cdot 10^{-3}$  Koinzidenzen<sup>3)</sup>, bei der langen Gruppe dagegen ist die Differenz zwischen der Messung mit und ohne systematische Koinzidenzen nur  $0,048 \pm 0,073 \cdot 10^{-3}$ , d. i. keine über den Fehler hinausgehende Zahl. Allerdings hätte man von vornherein für die lange Gruppe keine so hohe Koinzidenzhäufigkeit erwarten können wie für die 35 cm-Gruppe. Diese ist nämlich mit einer  $\gamma$ -Energie von rund 3 e-MV gekoppelt, während die in Frage stehende  $\gamma$ -Strahlung, welche mit der längeren Gruppe gekoppelt wäre, nur rund 1 e-MV hätte, denn dies ist die Anregungsenergie des Endzustandes der langen Gruppe, nach den Massen berechnet. Nach den Messungen von Maier-Leibnitz und Maurer ergibt sich 0,6 bis 0,8 e-MV. Die Nachweisbarkeit einer  $\gamma$ -Strahlung von 0,6 e-MV ist etwa 3,5 mal kleiner als die einer solchen von 3 e-MV<sup>4)</sup>. Man erwartet also für die lange Gruppe eine Koinzidenzhäufigkeit von mindestens  $2,28/3,5 = 0,65 \cdot 10^{-3}$  pro Proton.

<sup>1)</sup> Gemessen durch Entfernen des Protonenzählrohres. — <sup>2)</sup> Berechnet aus <sup>1)</sup>. — <sup>3)</sup> Diese Zahl ist etwas kleiner als bei v. Baeyer. Dies ist bei dem hohen Auflösungsvermögen der neuen Koinzidenzschaltung und der Verschiedenartigkeit der beiderseitigen Zähler nicht verwunderlich. Im folgenden ist nur die hier ermittelte Zahl benutzt. — <sup>4)</sup> H. J. v. Baeyer, a. a. O.; G. v. Droste, ZS. f. Phys. **100**, 529, 1936.

Auch diese Zahl ist unvereinbar mit dem experimentellen Ergebnis. Wir kommen also, wie Bothe und v. Baeyer, zu dem Schluß, daß die 80 cm-Gruppe nicht mit einer  $\gamma$ -Strahlung gekoppelt ist.

**4. Koinzidenzen zwischen Protonen und  $\beta$ -Strahlen.** Man kennt ein einziges Beispiel eines angeregten Kernzustandes, der nicht unter  $\gamma$ -Strahlung zerfällt<sup>1)</sup>. Ein Term des Spektrums von RaC zerfällt nur durch innere Umwandlung, indem ein Elektron aus der Atomhülle die Energie übernimmt. Wegen der niederen Ordnungszahl ist dieser Prozeß bei Bor unwahrscheinlich. Immerhin haben wir untersucht, ob gleichzeitig mit den Protonen der langen Gruppe  $\beta$ -Strahlen auftreten, wieder mit negativem Resultat.

Zwei Zählrohre, ein Proportionalzähler mit einem Glimmerfenster von 2,8 cm Luftäquivalent und ein  $\beta$ -Zähler von 12 mm Durchmesser und einer Wandstärke von 0,08 mm Aluminium, wurden möglichst nahe nebeneinander gelegt. Dazwischen kam das auf eine dünne Silberschicht niedergeschlagene Po-Präparat mit Bor in einer Kupferhülle. Die Protonen hatten eine Absorptionsschicht von etwa 40 cm Luftäquivalent zu durchdringen, die Elektronen insgesamt 0,053 g/cm<sup>2</sup>. Der Verstärker war der selbe wie bei der vorigen Messung. Die Zahl der zufälligen Koinzidenzen wurde in der üblichen Weise durch Kompensation bestimmt. Es ergaben sich nur  $(1,4 \pm 2,5) \cdot 10^{-3}$  Koinzidenzen pro Proton. Die zu erwartende Koinzidenzzahl wurde mit Hilfe eines kleinen RaC-Präparates bestimmt, bei dem wegen der kurzen Zerfallszeit von RaC' jeder  $\alpha$ -Strahl mit einem  $\beta$ -Strahl koinzidiert. Um vergleichbare Verhältnisse zu schaffen, wurde die Zählspannung des Proportionalzählers soweit gesenkt, daß die  $\alpha$ -Ausschläge nicht größer waren als vorher die Protonenausschläge. Unter diesen Bedingungen ergaben sich  $(57 \pm 15) \cdot 10^{-3}$  Koinzidenzen pro  $\alpha$ -Ausschlag. Danach koinzidieren die Borprotonen nicht mit  $\beta$ -Teilchen.

**5. Suche nach einem  $\gamma$ -aktiven C<sup>13</sup>.** Der negative Ausfall der in Ziffer 3 und 4 beschriebenen Versuche ließ an die Möglichkeit denken, daß der Anregungszustand, zu welchem die Energietönung  $Q_2$  gehört, „metastabil“ ist, d. h. so große Lebensdauer besitzt, daß die  $\gamma$ -Emission im allgemeinen zu spät erfolgt, um Koinzidenzen mit den vorausgegangenen Protonen zu erzeugen. Nach einer solchen nachträglichen  $\gamma$ - oder  $\beta$ -Emission wurde mit einer fluoroskopartigen Vorrichtung gesucht. Das Bor war in Form eines ringförmigen Streifens von 31 cm Radius auf ein Rad aufgestrichen, das durch einen Synchronmotor und Vorgelege angetrieben wurde, so daß die Borschicht sich mit Geschwindigkeiten von 0,2 bis 500 cm/sec bewegte,

<sup>1)</sup> J. Thibaud, Ann. de phys. 5, 73, 1926.

und zwar nacheinander an einem Po-Präparat (20 mC), einem 2 cm dicken Bleischirm und einem longitudinal aufgestellten Zählrohr vorbei. Die Abstände vom Bor betragen alle nur etwa 1 mm. Das Ergebnis war negativ: Die Ausschlagszahl im Zählrohr zeigte keine deutliche Abhängigkeit von der Umdrehungszahl, sie betrug stets  $109 \pm 1,5$  Ausschläge/min.

Bei der Beurteilung dieses Ergebnisses ist zu beachten, daß bei der Borumwandlung auch höher angeregte Zustände des C<sup>13</sup>-Kernes auftreten, und zwar sehr viel häufiger, als der hier beobachtete Anregungszustand: für den nächsten, welcher einer Energietönung von  $Q_3 = 0,4$  e-MV entspricht, beträgt die Ausbeute rund 5 auf  $10^6 \alpha$ -Teilchen. Würde dieser Zustand *immer* erst in den vermuteten metastabilen und von da in den Grundzustand übergehen, so errechnet man auf verschiedenen unabhängigen Wegen, daß bei einer gewissen Umdrehungszahl eine deutliche Erhöhung der  $\gamma$ -Ausschlagszahl bis zu 30 pro Minute hätte eintreten müssen, sofern der metastabile Zustand eine mittlere Lebensdauer zwischen  $2 \cdot 10^{-3}$  und  $1,5 \cdot 10^2$  sec besitzt. Weitere Versuche mit Dauerbestrahlung des Bors und nachfolgender Zählrohrmessung verliefen ebenfalls negativ; hierdurch wurden Lebensdauern bis zu einigen Tagen ausgeschlossen. Dieses Ergebnis blieb dasselbe, ob dickwandige oder  $\beta$ -durchlässige Zählrohre verwendet wurden, nur daß im zweiten Falle die Radioaktivität sich bemerkbar machte, welche von dem Prozeß B<sup>10</sup> ( $\alpha, n$ ) N<sup>13</sup> herrührt.

Diese negativen Ergebnisse sprechen jedoch nur gegen das häufige Vorkommen der angegebenen Kaskadensprünge mit dem metastabilen Zustand als Zwischenzustand, nicht gegen die Existenz des metastabilen Zustandes selbst. Es ist durchaus denkbar, daß der vermutete metastabile Zustand des C<sup>13</sup> allein auf dem direkten Wege durch Umwandlung mit der Energietönung  $Q_2$  entsteht, und daß die höheren Anregungszustände beim Abklingen den metastabilen überspringen. Dann wäre aber die zu erwartende  $\gamma$ -Aktivität rund 30 mal kleiner als oben angenommen, wie aus der geringen Ausbeute der langen Protonengruppe (0,2 auf  $10^6 \alpha$ ) hervorgeht. So kleine Effekte hätten wir nicht nachweisen können.

Liefern somit diese Versuche kein Argument für das Auftreten des metastabilen Zustandes, so sprechen sie auch nicht dagegen. In jedem Falle müßte die Lebensdauer wenigstens etwa  $10^{-3}$  sec betragen, um mit dem Ergebnis von v. Baeyer im Einklang zu sein.

**6. Das  $\gamma$ -Spektrum.** Der Vollständigkeit halber wurde noch das Spektrum der  $\gamma$ -Strahlen untersucht, welche bei  $\alpha$ -Bestrahlung von Bor auftreten. Anordnung und Verfahren waren dieselben, die früher im Falle

des Lithiums und Fluors benutzt wurden<sup>1)</sup>. Es wurde das magnetische Spektrum der in Blei ausgelösten Elektronen aufgenommen. Das Ergebnis zeigt Fig. 1. Bei der gestrichelten Kurve ist die gesondert gemessene

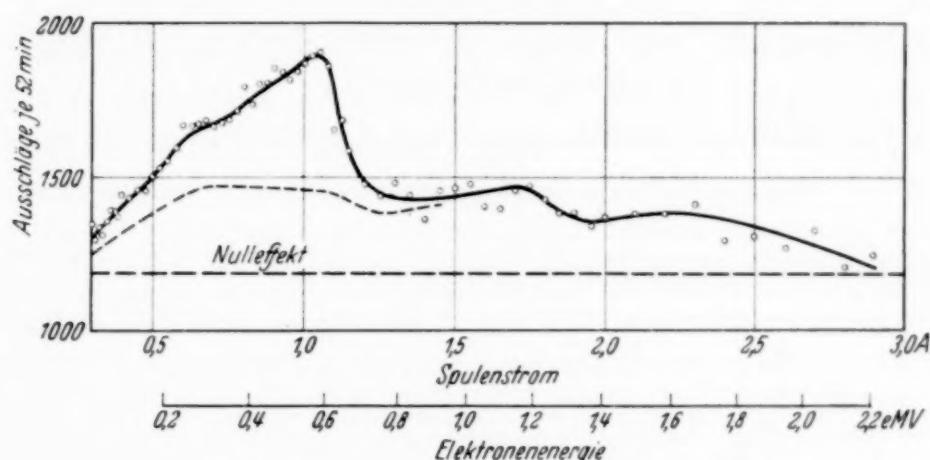


Fig. 1. Elektronenspektrum der  $\gamma$ -Strahlen von  $Po + B$ .

Po-Strahlung abgezogen. Der Energiemaßstab bezieht sich auf die energiereichen Grenzen der auftretenden Banden. Diese Grenzen sind in dem untersuchten Energiebereich wesentlich durch die Photoelektronen aus der  $K$ -Schale des Bleis bestimmt. Berücksichtigt man die  $K$ -Ionisierungsarbeit, so kann man auf eine  $\gamma$ -Linie von rund 2,5 e-MV und eine weitere von rund 1,4 e-MV schließen, außerdem sind unterhalb 0,8 e-MV noch Anzeichen einer oder mehrerer  $\gamma$ -Linien vorhanden. Aus  $\beta$ -Koinzidenzmessungen ist früher auf eine mittlere  $\gamma$ -Energie von 3 e-MV geschlossen worden, daher wären oberhalb 2,5 e-MV wohl noch  $\gamma$ -Strahlen zu erwarten. Um diesen Bereich zu messen, hätte aber die Anordnung wesentlich lichtschwächer gemacht werden müssen, ähnlich wie früher im Falle des Berylliums<sup>2)</sup>; dann hätte aber wenig Aussicht auf sichere Ergebnisse bestanden.

Das vollständige Termschema des  $C^{13}$ , wie es aus den Protonenreichweiten folgt, ist in Fig. 2 gezeichnet, der oberste Zustand nach Paton<sup>3)</sup>, der Grundzustand nach Maier-Leibnitz und Maurer<sup>4)</sup>, die übrigen nach der Zusammenstellung von Miller, Duncanson und May (a. a. O.). Man sieht, daß leider dieses Schema so viel Übergangsmöglichkeiten zuläßt,

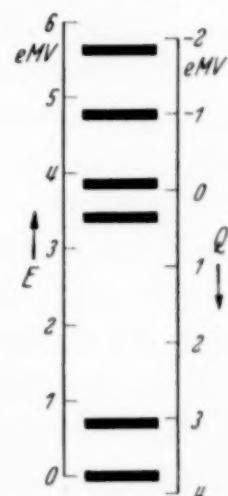


Fig. 2. Termschema des  $C^{13}$ .

<sup>1)</sup> W. Bothe, ZS. f. Phys. **100**, 273, 1936. — <sup>2)</sup> W. Bothe, a. a. O. —

<sup>3)</sup> R. F. Paton, a. a. O. — <sup>4)</sup> Siehe vorstehende Arbeit.

daß nach dem ausgemessenen Teil des  $\gamma$ -Spektrums keine sichere Zuordnung möglich ist, zumal noch zu bedenken ist, daß ein Teil der  $\gamma$ -Strahlung an die beiden parallelen Prozesse  $B^{10}(\alpha, n) N^{13}$  und  $B^{11}(\alpha, n) N^{14}$  gebunden sein kann.

*Zusammenfassung.* Die Gesamtheit der vorliegenden Messungen an den weitreichenden Protonen der Reaktion  $B^{10}(\alpha, p) C^{13}$  wird diskutiert mit dem Ergebnis, daß zwei Gruppen vorliegen, zu welchen die Energiedifferenzen  $3,0 \pm 0,1$  und  $3,8 \pm 0,1$  e-MV gehören. Nach Ausweis der Energiebilanz entspricht der zweite Wert dem Grundzustand des  $C^{13}$ , der erste einem angeregten Zustand (Ziff. 1 und 2).

Koinzidenzversuche von v. Baeyer und neue, erheblich verbesserte Messungen derselben Art lassen jedoch nicht die  $\gamma$ -Strahlung erkennen, welche beim Zerfall dieses Anregungszustandes entstehen und mit den weitreichenden Protonen koinzidieren sollte (Ziff. 3). Auch eine koinzidierende  $\beta$ -Strahlung konnte nicht nachgewiesen werden (Ziff. 4).

Die nächstliegende Deutung dieses Sachverhalts ist, daß der erwähnte Anregungszustand metastabil ist, daß also ein Isomer des gewöhnlichen  $C^{13}$  entsteht. Versuche, ein Nachleuchten dieses  $C^{13}$  festzustellen, führten aus Intensitätsgründen zu keiner klaren Entscheidung (Ziff. 5).

Auch aus dem Spektrum der entstehenden  $\gamma$ -Strahlen, welches bis zu 2,5 e-MV hinauf gemessen wurde, lassen sich keine bindenden Schlüsse ziehen (Ziff. 6).

Wenn man nicht annehmen will, daß der Zerfall des erwähnten Anregungszustandes mit einer bisher nicht beobachtbaren Strahlung erfolgt, so ist hiernach die Annahme eines metastabilen Zustandes (Isomers) immer noch am besten mit den Beobachtungen verträglich.

Das Vorkommen isomerer Kerne ist im Bereich der radioaktiven Kerne seit kurzem gesichert<sup>1)</sup>. Hier würde der erste Fall vorliegen, daß zu einem stabilen Kern ein Isomer existiert.

*Heidelberg, Inst. f. Phys. am Kaiser Wilhelm-Institut f. med. Forsch., September 1937.*

<sup>1)</sup> W. Bothe u. W. Gentner, Naturwiss. **25**, 284, 1937; ZS. f. Phys. **106**, 236, 1937; L. Meitner, O. Hahn u. F. Strassmann, ebenda **106**, 249, 1937.

# Über den Einfluß des äußeren Feldes auf die Elektronenemissionskonstanten von bariumbedeckten Platinoberflächen.

Von **R. Suhrmann** und **Johann-Ludwig von Eichborn<sup>1)</sup>.**

Mit 10 Abbildungen. (Eingegangen am 8. September 1937.)

Aus der gemessenen Abhängigkeit der lichtelektrischen Gesamtemission eines mit Barium bedeckten Platindrahtes von der Temperatur des Lichtstrahlers bei verschiedenen Anodenpotentialen ( $V_A = 0,25$  bis  $967$  Volt) wird die Abhängigkeit des Abtrennpotentials  $\psi$  und der Mengenkonstanten  $M$  vom äußeren Feld ( $\mathfrak{E}_a = 11$  bis  $42000$  Volt/cm) nach der Methode der lichtelektrischen Geraden ermittelt. Die  $\psi$  vs.  $\sqrt{\mathfrak{E}_a}$ -Kurven zeigen eine zunächst starke, dann schwächere Abnahme des Abtrennpotentials mit wachsendem äußeren Feld. Die  $\log M$  vs.  $\sqrt{\mathfrak{E}_a}$ -Kurven lassen ebenfalls eine zuerst stärkere, dann geringere Abnahme der Mengenkonstanten mit zunehmendem äußeren Feld erkennen. Bei größeren Feldstärken weisen diejenigen Kurven, die an stärker formierten Oberflächen erhalten wurden, einen Wendepunkt auf. — Die  $\psi$  vs.  $\sqrt{\mathfrak{E}_a}$ -Kurven lassen sich in einem größeren Bereich durch die Überlagerung des Bildfeldes und eines zusammengesetzten Fleckenfeldes deuten. Bei kleinen äußeren Feldern ( $\mathfrak{E}_a < 200$  bis  $400$  Volt/cm,  $V_A < 5$  bis  $10$  Volt) versagt diese Deutung.

## 1. Problemstellung.

Wie von Schottky zuerst gezeigt wurde, setzt sich das Feld, unter dessen Einwirkung ein Elektron die Metallocberfläche verläßt, aus zwei Anteilen zusammen: dem von den Atomkräften verursachten inneren Feld<sup>2)</sup>  $\mathfrak{E}_i$  und dem von der Potentialdifferenz zwischen Kathode und Anode herrührenden senkrecht zur Oberfläche wirkenden äußeren Feld  $\mathfrak{E}_a$ <sup>3)</sup>. Infolge der Überlagerung beider Felder durchläuft die potentielle Energie des Elektrons im Abstande  $z_m$  von der Oberfläche, in welchem  $\mathfrak{E}_i$  und  $\mathfrak{E}_a$  entgegengesetzt gleich sind, ein Maximum. Das Abtrennpotential  $\psi_0$  (ohne äußeres Feld) wird durch die Einwirkung von  $\mathfrak{E}_a$  auf den Wert  $\psi$  erniedrigt:

$$\psi = \psi_0 + \int_{z_m}^{\infty} \mathfrak{E}_i(z) \cdot dz - \mathfrak{E}_a \cdot z_m. \quad (1)$$

<sup>1)</sup> Nach der bei der Technischen Hochschule Breslau (Fakultät f. allg. Wiss.) im Oktober 1935 eingereichten und angenommenen Dissertation von Joh.-Ludwig v. Eichborn. — <sup>2)</sup> Im allgemeinen wird unter  $\mathfrak{E}_i$  die in die  $z$ -Richtung senkrecht zur Kathodenoberfläche fallende Komponente des inneren Feldes verstanden. — <sup>3)</sup> Zusammenstellungen der vorhandenen Literatur befinden sich in [1, 2, 3, 4] der „Literaturhinweise“ am Schluß der Arbeit.

Das innere Feld wird bei reinen homogenen Metalloberflächen in Entferungen, die größer sind als die Atomabstände, nach Lenard und Debye ausschließlich durch das Bildfeld

$$\mathfrak{E}_B = - \frac{1}{4\pi \varepsilon_v} \cdot \frac{e_0}{4z^2} \quad (2)$$

dargestellt. In diesem Fall ergibt Gleichung (1) die Beziehung

$$\psi = \psi_0 - \sqrt{\frac{e_0}{4\pi \varepsilon_v}} \cdot \sqrt{\mathfrak{E}_a} \quad (2a)$$

(Schottkysche Gerade oder Bildfeldgerade), in der  $e_0$  die Elementarladung in Coul.,  $\varepsilon_v$  die Dielektrizitätskonstante des Vakuums („Influenzkonstante“  $\varepsilon_v = 8,859 \cdot 10^{-14}$  Coul./Volt · cm) bedeuten.

Gleichung (1) wurde bei *reinen* Metalloberflächen im allgemeinen bestätigt; beträchtliche Abweichungen traten dagegen bei mit *Fremdatomen* besetzten Oberflächen auf. Sie wurden von Becker und Mueller [6] durch die Überlagerung des Bildfeldes mit *Oberflächenfeldern* gedeutet, die man nach deren Vorgang in folgender Weise aus den Versuchen berechnen kann:

Durch Differentiation von Gleichung (1) erhält man

$$\frac{d\psi}{d\mathfrak{E}_a} = - \mathfrak{E}_i(z_m) \cdot \frac{dz_m}{d\mathfrak{E}_a} - z_m - \mathfrak{E}_a \cdot \frac{dz_m}{d\mathfrak{E}_a}. \quad (3)$$

Setzt man in dieser Gleichung

$$-\mathfrak{E}_i(z_m) = \mathfrak{E}_a, \quad (4a)$$

so erhält man

$$\frac{d\psi}{d\mathfrak{E}_a} = - z_m. \quad (4)$$

Man kann also  $\mathfrak{E}_i(z)$  ermitteln, indem man  $\psi(\mathfrak{E}_a)$  experimentell bestimmt und  $d\psi/d\mathfrak{E}_a$  in Abhängigkeit von  $\mathfrak{E}_a$  der  $\psi$  vs.  $\mathfrak{E}_a$ -Kurve entnimmt. Nach Gleichung (4) erhält man so  $z_m$ , d. h. den Abstand von der Oberfläche, in welchem das innere Feld  $\mathfrak{E}_i$  der absoluten Größe nach gleich  $\mathfrak{E}_a$  ist.

Die Untersuchung des Feldeinflusses setzt voraus, daß zwischen Kathode und Anode keine Raumladung vorhanden ist und daß alle emittierten Elektronen auf die Anode gelangen. Die Berechnung des äußeren Feldes  $\mathfrak{E}_a$  aus den geometrischen Abmessungen ergibt nur die „Grobfeldstärke“, die bei glatter Oberfläche an der Kathode herrscht. Von ihr ist die „mikroskopische“ sowie die „submikroskopische Feinfeldstärke“ zu unterscheiden. Die erstere spielt eine Rolle, wenn die Emission von auf der Kathode sitzenden Teilchen starker Krümmung herröhrt, an deren Oberfläche das Anodenpotential einen größeren Gradienten besitzt als an der weniger gekrümmten Kathodenoberfläche selbst. Die letztere kommt bei

sehr großen äußeren Feldstärken in Betracht, wenn die Potentialschwelle  $z_m$  in submikroskopisch kleine Entferungen rückt, in denen auch eine „glatte“ Oberfläche uneben wird (vgl. [7], S. 259). In beiden Fällen bedeutet  $E_a$  in Gleichung (1) bis (4) die über dem betreffenden Punkt der Oberfläche herrschende Feinfeldstärke und nicht die aus den Elektrodenabmessungen berechnete Grobfeldstärke.

Die oben erwähnten *Oberflächenfelder* lassen sich durch das Vorhandensein von *ungleichmäßig* mit Fremdatomen bedeckten Stellen („Flecken“) auf der Kathodenoberfläche deuten<sup>1)</sup>, zwischen denen *örtliche Kontaktpotentialdifferenzen* bestehen. Linford [4], sowie Becker und Rojansky [2] haben Formeln aufgestellt, mittels deren die Abweichungen von der Schottkyschen Geraden bei Verwendung geeigneter Fleckendimensionen und unter der Annahme einer Schachbrettanordnung berechnet werden können; sie haben eigene und andere Messungsergebnisse zum Teil hierdurch erklärt. In neuester Zeit ergab die elektronenmikroskopische Untersuchung von mit Fremdatomen bedeckten Metallkathoden, daß die einzelnen Kristallite nach längerer Formierung verschieden stark emittieren [8 bis 13], also auch verschiedene Emissionskonstanten besitzen. Hierdurch hat die Fleckentheorie eine wertvolle Stütze erfahren<sup>2)</sup>.

Da das Abtrennpotential  $\psi$  bei mit Fremdatomen bedeckten Oberflächen von der Kathodentemperatur abhängt [15], erhält man durch glüh-elektrische Bestimmung von  $\psi$  nach der Richardson-Gleichung nicht den wahren  $\psi$ -Wert und ebensowenig den wahren Wert der Mengenkonstanten<sup>3)</sup>. Dagegen erlaubt die Ermittlung von  $\psi$  nach der Methode der *lichtelektrischen Geraden*, bei der die Kathodentemperatur nicht verändert wird, sowohl den tatsächlichen Wert von  $\psi$  als auch die relative Mengenkonstante  $M$  zu ermitteln. Nach dieser Methode mißt man den durch Bestrahlung mit dem

<sup>1)</sup> Eine historische Darstellung der Fleckentheorie findet sich in [1], S. 20. —

<sup>2)</sup> Aus Messungen an Einkristallen war schon länger bekannt, daß die verschiedenen Kristallflächen eines Metalls verschiedenes Abtrennpotential besitzen. Für die Fleckentheorie ist es hiernach bedeutsam, daß W. B. Nottingham [14] neuerdings Messungen veröffentlichte, wonach auch reines Wolfram Abweichungen vom Schottkyschen Bildeffekt zeigte. — <sup>3)</sup> A. Rose [16] wertete in letzter Zeit *glüh-elektrische* Geraden bei verschiedenen äußeren Feldstärken aus unter Zuhilfenahme des theoretischen Wertes  $A = 120 \text{ Amp.}/\text{cm}^2 \cdot \text{Grad}^{-2}$  für die universelle *glüh-elektrische* Mengenkonstante. Die Temperaturabhängigkeit des Abtrennpotentials berücksichtigte Rose, indem er eine eigene Hypothese für eine Feldabhängigkeit des linearen Temperaturkoeffizienten von  $\psi$  aufstellte. Die hiermit sich ergebenden Schwierigkeiten in der Untersuchung des reinen Feldeffektes auf die Emissionskonstanten sind in der vorliegenden Arbeit durch das *lichtelektrische* Verfahren vermieden.

Licht eines schwarzen oder grauen Körpers der Temperatur  $T$  ausgelösten Gesamt-Elektronenemissionsstrom  $J$ , für welchen die Richardson'sche Beziehung besteht

$$J = M \cdot T^r \cdot e^{-\frac{e_0 \cdot \psi}{kT}}. \quad (5)^1$$

In  $M$  ist die Größe der *emittierenden* Oberfläche als Faktor enthalten. Durch Bestimmung der Abhängigkeit der Gesamtemission  $J$  von  $\mathfrak{E}_a$  unter Anwendung der Gleichung (5) erhält man neben der Abhängigkeit des Abtrennpotentials vom äußeren Feld gleichzeitig die Beeinflussung der Mengenkonstanten  $M$  durch  $\mathfrak{E}_a$ .

## 2. Versuchsanordnung.

In der vorliegenden Arbeit wurde der Feldeinfluß auf die lichtelektrische Gesamtemission und damit auf das Abtrennpotential und die Mengenkonstante einer mit Barium bedeckten Platinkathode untersucht.

Als Photozelle<sup>2)</sup> wurde ein aus Thüringer Glas bestehendes Rohr  $A$  von 37 cm Länge (Fig. 1) und 4 cm Durchmesser verwendet, in dessen unterem Teil ein Platindraht  $B$  von 0,1 mm Durchmesser und 30 mm Länge als Kathode ausgespannt war.  $B$  war von einem Nickelzylinder umgeben, dessen unterer Teil  $C$  von 30 mm Länge und 9,5 mm Durchmesser als Anode diente. Die Öffnung für den Lichteintritt in der Anode war mit feinem Draht überzogen, um größere Feldverzerrungen zu vermeiden. Um 90° dazu versetzt befand sich in der Anode eine Öffnung, durch welche die Kathode von  $D$  aus mit Barium bedampft werden konnte und welche durch einen Schieber verschlossen war. Vor dem Bedampfen wurde die Zelle um 180° gedreht, so daß der Schieber die Öffnung freigab. Vor der Lichtöffnung der Anode war an  $A$  ein Tubus mit angeschmolzenem Quarzfenster  $Q$  angesetzt. Das Barium befand sich in einer Nickelhülse und wurde aus einem durch eine Wolframspirale geheizten Quarzrohr  $D$  verdampft.

Der Sockel  $S$  der beiden Kathodenzuführungen war durch ein angeschmolzenes Glas-Quarzverbundstück  $q$  gegen den oberen Glasteil  $E$

<sup>1)</sup> Für  $r$  kann man den für eine schwarze Kathodenoberfläche theoretisch zu erwartenden Wert 2 einsetzen; die bisher experimentell ermittelten Werte [17, 18] liegen zwar etwas darüber, doch ist der Einfluß von  $r$  so gering, daß die Abhängigkeit der Abtrennarbeit von  $\mathfrak{E}_a$  hierdurch nicht beeinflußt wird. —

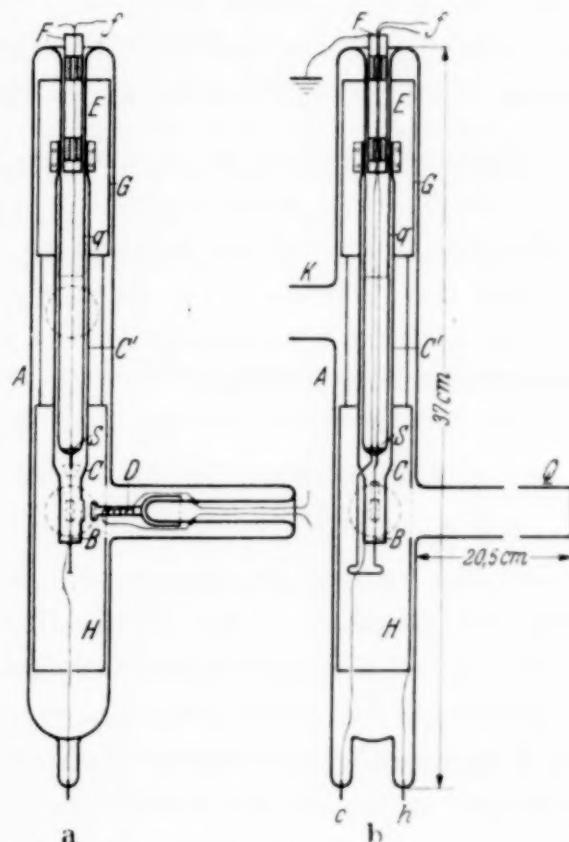
<sup>2)</sup> Die Photozelle wurde in der Werkstatt des Röhrenlaboratoriums der Firma Telefunken hergestellt. Die Verfasser möchten an dieser Stelle der Firma sowie dem seinerzeitigen Leiter des Röhrenlaboratoriums, Herrn Dr. G. Jobst, ihren Dank aussprechen.

hochisoliert. Auf  $E$  war die aus einem Nickelrohr bestehende Verlängerung  $C'$  der Anode mit Hilfe einer Schelle befestigt. Zur Verbesserung des elektrostatischen Schutzes umgaben wir die Kathodenzuführungen  $f$  innerhalb des eingestülpten Glassockels bis zum Quarz mit einem geerdeten Metallzylinder  $F$ , gegen den wir die Zuführungsdrähte durch Bernstein isolierten. Außerdem befanden sich innerhalb der Zelle zwei Nickelzylinder  $G$  und  $H$ , die den Einfluß von Aufladungen der Zellenwandung von der Kathode und ihren Zuführungen fernhielten und die mit der Anode  $C$  in leitender Verbindung standen. Die elektrische Zuführung zu  $G$  und  $H$  sowie zu  $C$  vermittelten die Drähte  $h$  und  $c$ .

Alle Metallteile innerhalb der Zelle bestanden aus vakuumgeschmolzenem Material und wurden, während sich die Zelle am Pumpstand befand, mittels Hochfrequenz ausgeglüht. Die Zelle wurde vor dem Abschmelzen bei laufenden Pumpen längere Zeit bis  $400^{\circ}\text{C}$  ausgeheizt. Zur Erhaltung des Vakuums der abgeschmolzenen Zelle befand sich in einem weiteren Ansatzstengel (in Fig. 1 nicht eingezeichnet) bei  $K$  ein elektrisch heizbarer Bariumvorrat zur Gettererzeugung.

Die Bariumpillen des Getters und des Verdampfungsrohres  $D$  wurden während des Pumpens durch kurzes Glühen und Verdampfen der Oberflächenschichten von etwaigen Verunreinigungen befreit. Ebenso wurde die Platinkathode durch kurzes Erhitzen auf Gelbglut gereinigt.

Die hoch isolierte Kathode wurde mit einem Einfadenelektrometer verbunden und die Photoströme nach der Widerstands- oder nach der Kondensator-Nullmethode gemessen<sup>1)</sup>.



a) Vorderansicht, b) Seitenansicht.  
Fig. 1. Schematische Abbildung der Photozelle.

<sup>1)</sup> Vgl. Simon-Suhrmann, Lichtelektrische Zellen und ihre Anwendung, Berlin 1932; S. 135.

Das variable Anodenpotential (bis zu 967 Volt) lieferte eine Reihe von Trockenbatterien bzw. (unter 3 Volt) ein Potentiometer.

Als Strahlungsquelle diente eine Wolframbandlampe mit Quarzfenster, die oberhalb  $2000^0$  abs. weitgehend als grauer Strahler anzusprechen ist [19]. Die schwarze Temperatur der Mitte des Wolframbandes wurde als Funktion des Wattverbrauches der Lampe mittels eines Holborn-Kurlbaum-Pyrometers bestimmt und auf die wahre Temperatur umgerechnet<sup>1)</sup>.

Den mittleren Teil des strahlenden Wolframbandes bildeten wir durch zwei kombinierte Quarz-Steinsalz- bzw. Quarz-Flußspat-Achromate in natürlicher Größe auf die Kathode ab. Durch die Vermeidung von Glasfenstern und Glaslinsen war dafür gesorgt, daß die Energieverteilung in dem in Betracht kommenden Teil des Gesamtspektrums durch die Optik keine Veränderung erfuhr.

### 3. Ausführung der Messungen und Messungsergebnisse.

Bei der Aufnahme einer vollständigen Meßreihe<sup>2)</sup> ermittelten wir bei konstanter Anodenspannung  $V_A$  die zu einer Anzahl Temperaturen (von  $2000$  bis  $2600^0$  abs.) des Wolframbandes gehörenden lichtelektrischen Gesamtemissionsströme  $J$  der Kathode. Die Auswertung erfolgte der Neigung und dem Ordinatenabschnitt der so erhaltenen „lichtelektrischen Geraden“ ergab sich das Abtrennpotential  $\psi$  und die Mengenkoeffizienten für die betreffende Anodenspannung  $V_A$ . Die letztere wurde von 0 bis 1 bis 967 Volt variiert. Aus dem Kathodenradius  $r_K$  und dem Anodenradius  $r_A$  berechnete sich das an der Kathodenoberfläche herrschende elektrische Feld  $\mathfrak{E}_a$  aus der Formel

$$\mathfrak{E}_a = \frac{V_A}{r_K \cdot \ln \frac{r_A}{r_K}} = 43,8 \cdot V_A \text{ Volt/cm.} \quad (6)$$

Die erste zusammenhängende Meßreihe nahmen wir an einer Oberfläche auf (Zustand 0), die wir durch Aufdampfen einer größeren Bariummenge hergestellt hatten. Diese vermutlich überatomare Bariumschicht dürfte

<sup>1)</sup> Als Absorptionsvermögen des Wolframs für  $\lambda = 656 \text{ m}\mu$  wurde der Wert 0,465 benutzt. — <sup>2)</sup> Die Aufnahme der zu einem Oberflächenzustand gehörenden Meßreihen dauerte bis zu 24 Stunden. Die Auseinanderfolge der bei verschiedenen Anodenspannungen aufgenommenen Meßreihen wird in den folgenden Tabellen und Figuren durch eingeklammerte Zahlen neben der Angabe des Anodenpotentials gekennzeichnet.

den Platindraht als ein aus einzelnen Teilchen bestehender Hauch bedeckt haben. Die Gesamtemissionsströme  $J$  der Schicht 0 sind in Tabelle 1 angegeben. Die zugehörigen aus den Meßwerten berechneten Emissionskonstanten dieses und der übrigen untersuchten Oberflächenzustände sind in den Fig. 2 und 3 eingetragen. Die durch Linien verbundenen Werte beziehen sich auf die gleiche Anodenspannung; die übereinanderliegenden Punkte gehören also zum selben Zustand und sind bei verschiedenen Anodenspannungen gemessen worden; ihr senkrechter Abstand gibt ein Maß für die Stärke des Feldeinflusses auf  $\psi$  und  $M$  in dem betreffenden Zustand. Der im Zustand 0 bereits verhältnismäßig große Feldeffekt könnte zum Teil von der großen „mikroskopischen Feinfeldstärke“ an der Oberfläche der einzelnen Bariumteilchen herrühren<sup>1)</sup>.

Vor der Aufnahme der zu den einzelnen Oberflächenzuständen gehörenden Meßreihen wurde die Kathode auf folgende Temperaturen erwärmt:

Zustand 1	160° C	20 Min. lang
„ 2	160	„ „
„ 3	160	135 „ „
„ 4	250	12 „ „
„ 5	250	108 „ „
6 Schrittweise Steigerung der Heiztemperatur bis		
etwa 430° C		10 Min. lang
„ 7 „ 430		66 „ „
„ 8 „ 430		223 „ „
„ 9 „ 600		21 „ „

Die angegebenen Temperaturen bestimmten wir aus dem Widerstandsnis des Drahtmaterials.

Über die Änderung der Kathodenoberfläche während der geschilderten Formierung gibt die aus Fig. 2 und 3 zu entnehmende Veränderung der Emissionskonstanten einigen Anhalt. Da bis zum Zustand 3 das Abtrennpotential kaum, die Mengenkonstante hingegen deutlich abgenommen hat, ist anzunehmen, daß die Platinoberfläche bis dahin noch mit einzelnen Bariumpartikeln bedeckt ist, daß aber die großen Teilchen auf Kosten der kleineren durch die Erwärmung angewachsen sind, wodurch sich die emittierende Oberfläche und damit die Mengenkonstante verringert hat. Wegen der geringeren Oberflächenkrümmung der größeren Teilchen ist der Potentialgradient an ihrer Oberfläche und damit der Einfluß des Anodenpotentials kleiner.

<sup>1)</sup> Vgl. Abschnitt 1.

Das Abtrennpotential (bei  $V_A = 10$  Volt) beträgt im Zustand 3 etwa 2,65 Volt. Da dieser Wert mit dem von Suhrmann und Deponte [15]<sup>1)</sup> für kompaktes Barium erhaltenen von 2,7 Volt ungefähr übereinstimmt<sup>2)</sup>, ist auch hieraus zu schließen, daß die emittierenden Teile der Oberfläche bis zum Zustand 3 aus kompaktem Barium bestanden.

Tabelle 1. Gesamtemissionsstrom  $J$  in  $10^{-11}$  Amp. bei verschiedenen Anodenspannungen  $V_A$  als Funktion der Temperatur  $T$  des Strahlers (in Klammern die Reihenfolge der Meßreihen); Oberflächenzustand 0: unmittelbar nach dem Aufdampfen.

$T^0$ abs.	$J$	$T^0$ abs.	$J$	$T^0$ abs.	$J$
$V_A = 1,4$ V; (1)		$V_A = 3,3$ V; (5)		$V_A = 24,8$ V; (9)	
(2077)	(0,472)	2078	0,565	(2078)	(0,936)
2146	0,803	2147	0,996	2147	1,574
2212	1,363	2212	1,660	2212	2,585
2297	2,570	2297	3,127	2297	4,696
2410	5,50	2410	6,83	2410	9,64
2538	12,26	2538	14,57	2538	21,48
$V_A = 84,5$ V; (8)		$V_A = 174$ V; (6)		$V_A = 303$ V; (2)	
(2078)	(1,029)	(2078)	(1,129)	2077	1,169
2147	1,747	2147	1,876	2147	2,011
2212	2,828	2212	3,051	2211	3,194
2297	5,17	2297	5,49	2298	5,93
2410	10,79	2410	11,49	2410	12,02
2538	23,03	2538	24,12	2538	24,58
$V_A = 487$ V; (4)		$V_A = 688$ V; (7)		$V_A = 967$ V; (3)	
2078	1,310	2078	1,425	2078	1,516
2148	2,211	2147	2,353	2147	2,525
2212	3,482	2212	3,769	2212	3,986
2297	6,35	2297	6,86	2297	7,13
2410	13,22	2410	13,90	2409	14,54
2538	26,98	(2538)	(29,11)	2538	29,67

Die Verminderung des Abtrennpotentials auf 2,4 Volt (bei  $V_A = 10$  Volt) im Zustand 4 deutet an, daß jetzt auch Stellen atomarer Bariumverteilung auf der Platinoberfläche vorhanden sind, die eine geringere Fläche einnehmen als die kompakten Bariumteilchen, wie man aus der weiteren Abnahme der Mengenkonstanten schließen kann. Es überwiegt jetzt die Emission der

<sup>1)</sup> Das dort angewendete äußere Feld entsprach ungefähr dem Wert  $V_A = 10$  Volt hier. — <sup>2)</sup> P. A. Anderson [20] findet 2,4 Volt; R. J. Cashman u. N. C. Jamison [21] [22] 2,5 Volt; W. Hinsch [23] für eine Legierung von Ba auf Pt 2,3 Volt.

atomar besetzten Stellen, so daß für die Außenfeldstärke  $E_a$  die vom Krümmungsradius der Kathode selbst bestimmte Grobfeldstärke maßgebend ist. Der im Zustand 4 und 5 beobachtete starke Einfluß des Anodenpotentials ist daher nicht mehr zum Teil auf die „mikroskopische Feinfeld-

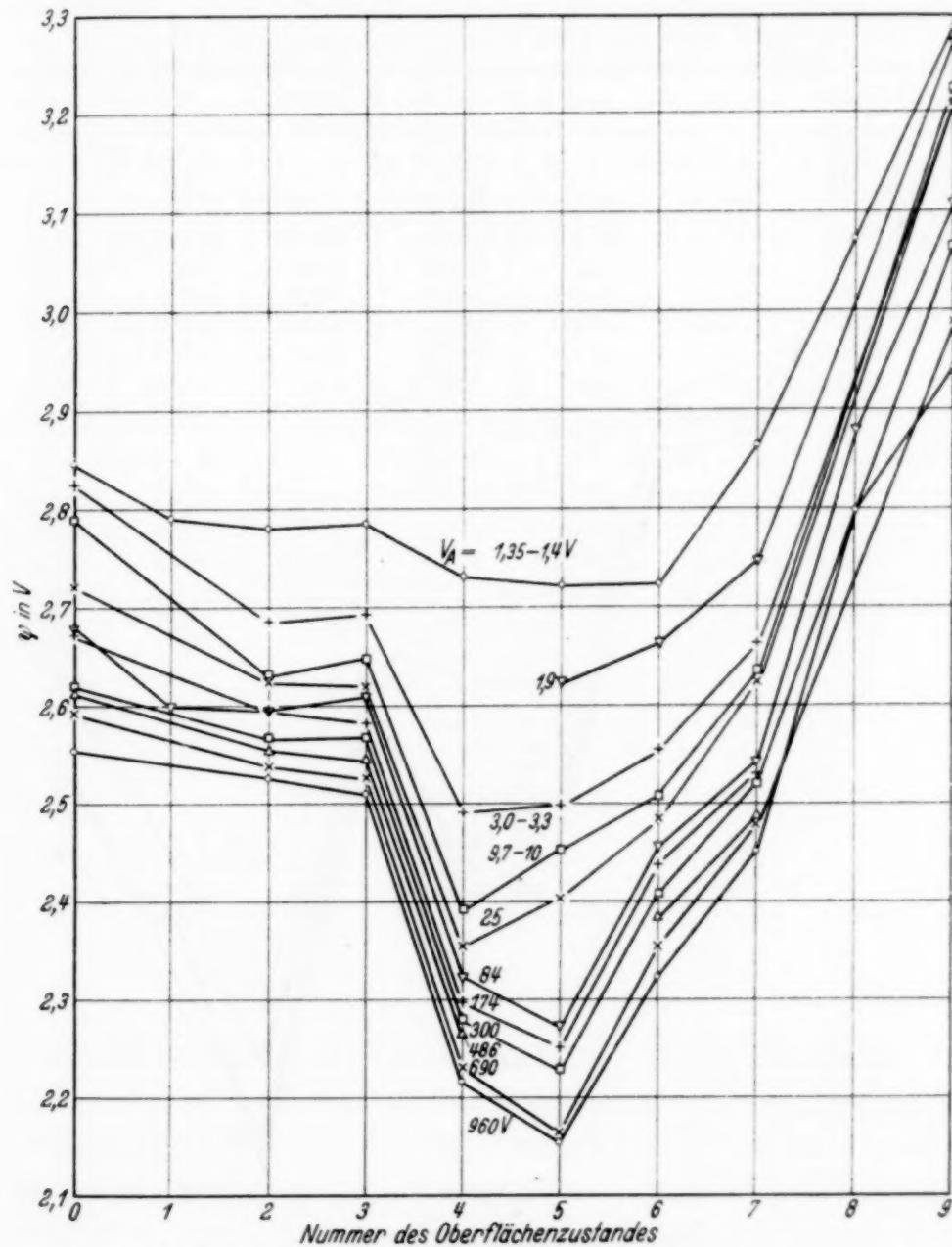


Fig. 2. Änderung des Abtrennpotentials  $V$  mit zunehmender Formierung.  
Abszisse: Nummer des Formierungszustandes.

stärke“, sondern hauptsächlich auf die durch die Inhomogenität der Besetzung hervorgerufenen Oberflächenfelder zurückzuführen. Offenbar bilden sich nun die von den elektronenmikroskopischen Abbildungen her bekannten Strukturbilder aus, die durch die verschiedene Abtrennarbeit der einzelnen

Kristallite bzw. deren verschiedenen starke Besetzung mit Barium zustande kommen. Aus diesem Grund erfährt die Mengenkonstante von Zustand 4 bis 6 keine sehr wesentliche Änderung. Das Abtrennpotential bei  $V_A = 10$  Volt wächst vom Zustand 5 bis 9 an bis 3,2 Volt, überschreitet

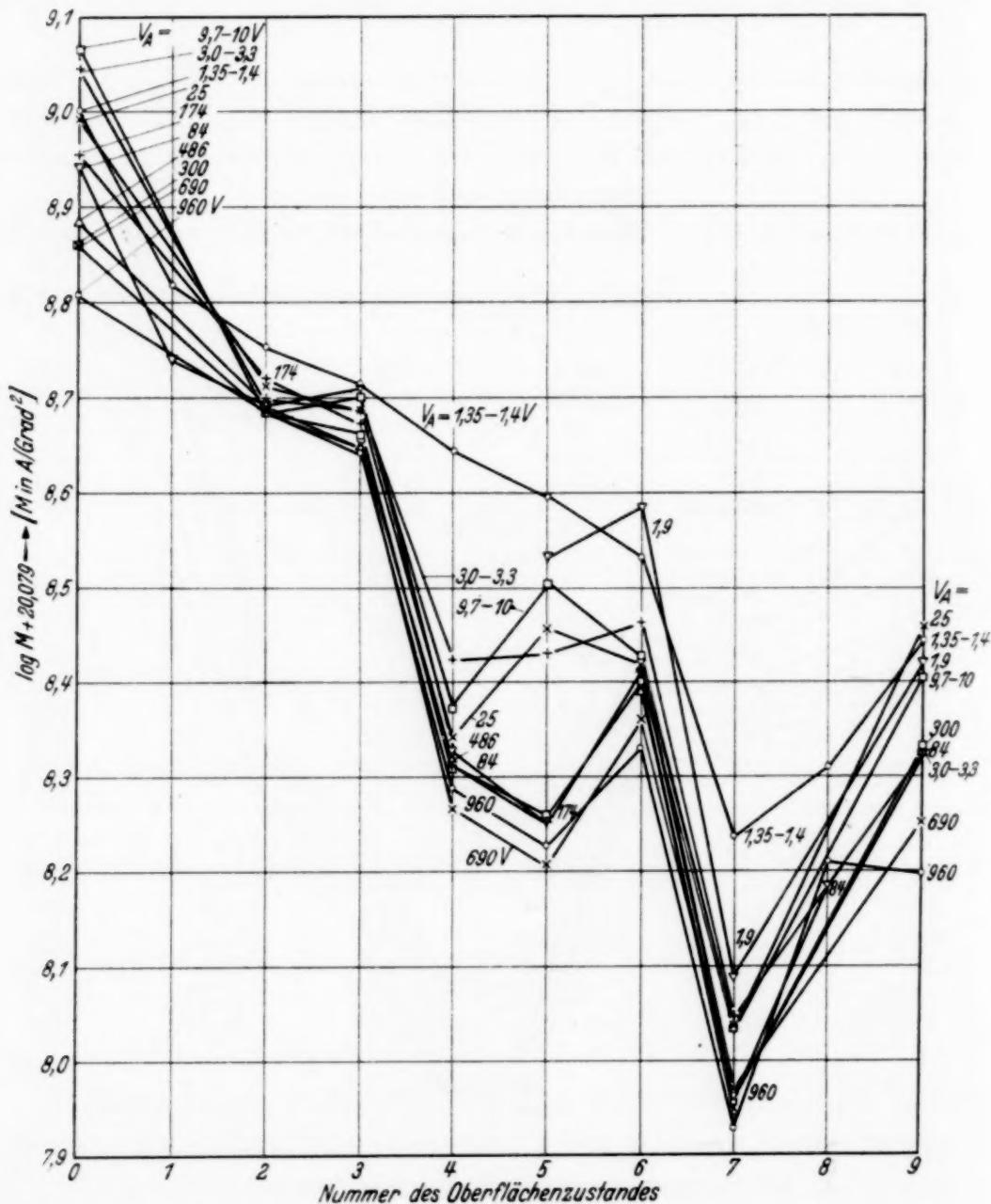


Fig. 3. Änderung der Mengenkonstanten  $M$  (in logarithmischem Maßstab) mit zunehmender Formierung. Abszisse: Nummer des Formierungszustandes.

also den Wert des kompakten Bariums. Hieraus folgt, daß die durchschnittliche Besetzung schließlich nur noch unter monoatomar sein kann. Die Mengenkonstante nimmt von Zustand 6 bis 7 zuerst ab und von 7 bis 8 wieder zu; diese Zunahme kann vielleicht in der Weise erklärt werden, daß

mit dem Verschwinden von optimal besetzten Stellen stärker ausgedehnte schwach emittierende Stellen die beobachtete Emission übernommen haben<sup>1)</sup>.

Tabelle 2. Gesamtemissionsstrom  $J$  in  $10^{-11}$  Amp. bei verschiedenen Anodenspannungen  $V_A$  als Funktion der Temperatur  $T$  des Strahlers (in Klammern die Reihenfolge der Meßreihen); Oberflächenzustand 2: Kathode 115 Minuten auf  $160^\circ\text{C}$  geheizt.

$T^0$ abs.	$J$	$T^0$ abs.	$J$	$T^0$ abs.	$J$	$T^0$ abs.	$J$
$V_A = 1,4\text{ V}$ ; (1)		$V_A = 3,3\text{ V}$ ; (5)		$V_A = 9,8\text{ V}$ ; (8)		$V_A = 24,8\text{ V}$ ; (10)	
2077	0,376	2078	0,554	2012	0,429	2013	0,480
2130	0,576	2132	0,848	2077	0,736	2079	0,833
2208	1,049	2208	1,516	2132	1,115	2132	1,249
2294	1,955	2295	2,785	2208	1,972	2212	2,202
2380	3,492	2378	4,864	2295	3,637	2296	4,017
2485	6,80	2485	9,29	2379	6,21	2380	6,90
2554	10,27	2519	11,30	2485	11,82	2485	13,03
$V_A = 84,5\text{ V}$ ; (9)		$V_A = 174\text{ V}$ ; (6)		$V_A = 303\text{ V}$ ; (2)		$V_A = 488\text{ V}$ ; (4)	
2012	0,537	2012	0,571	2012	0,618	2012	0,679
2078	0,917	2078	0,979	2077	1,064	2077	1,146
2133	1,394	2132	1,479	2130	1,569	2131	1,715
2209	2,423	2208	2,573	2207	2,773	2208	2,977
2295	4,369	2295	4,691	2295	4,983	2294	5,34
2380	7,52	2379	8,07	2378	8,45	2378	9,12
2485	14,15	2485	15,04	(2485)	(15,88)	2485	17,04
$V_A = 689\text{ V}$ ; (7)		$V_A = 967\text{ V}$ ; (3)					
2012	0,731	2012	0,788				
(2078)	(1,240)	2078	1,330				
2132	1,858	(2131)	(2,381)				
2208	3,212	2207	3,422				
2296	5,75	2295	6,13				
2379	9,75	2378	10,33				
2485	18,19	2485	19,27				

Die Änderungen der Bariumbesetzung können einerseits auf das Wandern der Bariumatome an der Oberfläche, anderseits auf Abdampfen oder Hineindiffundieren in das Platin zurückgeführt werden. Da eine merkliche Bariumverdampfung nach einer älteren Literaturangabe im Vakuum bei  $350^\circ\text{C}$  beginnt<sup>2)</sup>, ist anzunehmen, daß geringe Mengen bereits bei  $250^\circ\text{C}$

<sup>1)</sup> Ähnlich fanden auch Suhrmann und Deponte [15] an einer Barium-Nickelkathode eine anfängliche Abnahme der Mengenkonstanten durch Heizen auf 400 bis  $500^\circ\text{C}$  und eine spätere Zunahme (durch Heizen auf 500 bis  $600^\circ\text{C}$ ). Auch dort wird die Änderung der Mengenkonstanten durch die unterschiedliche Größe der verschiedenen emittierenden Flecken erklärt. — <sup>2)</sup> Gmelins Handb. d. anorg. Chemie, 8. Aufl., Ba, S. 42. Neuere Angaben siehe J. A. M. van Liempt, Rec. Trav. chim. Pays-Bas **55**, 468, 1936.

abdampfen. Vom Zustand 4 an kann also der Abbau der Bariumbesetzung durch Verdampfung in Übereinstimmung mit den obigen Annahmen beginnen. Eine Legierungsbildung zwischen Barium und Platin ist von Hinsch [23] bei Temperaturen über  $900^{\circ}\text{C}$  beobachtet worden. Es ist möglich, daß das leichter verdampfbare Metall bereits bei niedrigeren Temperaturen in die Oberfläche des schwerer verdampfbaren hineindiffundiert.

Tabelle 3. Gesamtemissionsstrom  $J$  in  $10^{-11}$  Amp. bei verschiedenen Anodenspannungen  $V_A$  als Funktion der Temperatur  $T$  des Strahlers (in Klammern die Reihenfolge der Meßreihen); Oberflächenzustand 4: Kathode 12 Minuten auf  $250^{\circ}\text{C}$  geheizt.

$T^0$ abs.	$J$	$T^0$ abs.	$J$	$T^0$ abs.	$J$	$T^0$ abs.	$J$
$V_A = 1,4 \text{ V}; (2)$		$V_A = 3,2 \text{ V}; (6)$		$V_A = 9,7 \text{ V}; (9)$		$V_A = 24,6 \text{ V}; (10)$	
(2084)	(0,367)	2086	0,934	2021	0,887	2018	1,013
2138	0,628	2138	1,386	2088	1,471	2086	1,669
2216	1,116	2216	2,367	2140	2,122	2138	2,397
2303	2,066	2304	4,203	2217	3,566	2216	4,023
2387	3,628	2388	7,04	2304	6,20	2304	6,95
2494	6,96	2494	12,80	2389	10,14	2388	11,36
2609	13,33	2609	23,62	2493	18,28	2493	20,29
$V_A = 83,9 \text{ V}; (1)$		$V_A = 173 \text{ V}; (7)$		$V_A = 301 \text{ V}; (3)$		$V_A = 484 \text{ V}; (5)$	
2019	1,176	2021	1,336	2020	1,466	2020	1,629
2087	1,921	2088	2,175	2086	2,366	2088	2,633
2140	2,749	2140	3,112	2140	3,355	2140	3,706
2216	4,572	2217	5,10	2217	5,53	2217	6,08
2303	7,89	2304	8,68	2303	9,44	2304	10,29
2387	12,76	2389	14,18	2388	15,16	2389	16,63
2493	22,64	2495	24,94	2494	26,83	2493	29,21
$V_A = 690 \text{ V}; (8)$		$V_A = 960 \text{ V}; (4)$					
2020	1,808	2018	1,968				
2087	2,888	2086	3,146				
2140	4,105	2138	4,484				
2217	6,67	2216	7,28				
2304	11,31	2304	12,28				
2388	18,05	2388	19,58				
(2494)	(27,23)	2494	34,09				

Von den zu den einzelnen Formierungszuständen gehörigen Meßreihen sind einige als charakteristisch in den Tabellen 2 bis 5 zusammengestellt. Während die Meßwerte der Zustände 0 bis 6 mit  $r = 2$  sehr gute lichtelektrische Geraden ergeben, wie man z. B. aus Fig. 4 ersieht, zeigen die

entsprechenden Kurven der Zustände 7 bis 9 bei den höheren Potentialen (von  $V_A = 10$  Volt an) eine schwache Krümmung<sup>1)</sup> (Fig. 5).

Die Berechnung der  $\psi$ - und  $M$ -Werte der Meßreihen in Tabelle 1 bis 5 nach Gleichung (5) ergibt die in Fig. 6a bis e eingetragenen Emissionskonstanten<sup>2)</sup>.

Tabelle 4. Gesamtemissionsstrom  $J$  in  $10^{-11}$  Amp. bei verschiedenen Anodenspannungen  $V_A$  als Funktion der Temperatur  $T$  des Strahlers (in Klammern die Reihenfolge der Meßreihen); Oberflächenzustand 6: Kathode 10 Minuten auf etwa  $430^\circ$  C geheizt.

$T^\circ$ abs.	$J$	$T^\circ$ abs.	$J$	$T^\circ$ abs.	$J$	$T^\circ$ abs.	$J$
$V_A = 0,25$ V; (12)	$V_A = 1,35$ V; (6)	$V_A = 1,90$ V; (11)	$V_A = 3,15$ V; (10)				
(2091) 0,0430	2089 0,3421	2091 0,557	2089 0,754				
2143 0,0647	2142 0,522	2144 0,837	2143 1,123				
2220 0,1247	2220 0,940	2222 1,462	2219 1,942				
2307 0,2501	2306 1,727	2308 2,633	2307 3,463				
2391 0,4763	2392 3,029	2392 4,489	2391 5,86				
2498 0,997	2498 5,76	2498 8,39	2498 10,84				
2612 2,110	2612 11,02	2612 15,67	2612 20,18				
$V_A = 9,7$ V; (7)	$V_A = 24,6$ V; (5)	$V_A = 83,9$ V; (1)	$V_A = 173$ V; (4)				
2024 0,534	2023 0,587	2023 0,685	2022 0,769				
2091 0,904	2089 0,994	2089 1,151	2089 1,295				
2145 1,342	2143 1,465	2143 1,677	2142 1,889				
2221 2,289	2220 2,491	2220 2,866	2219 3,181				
2308 4,053	2307 4,416	2307 5,01	2305 5,56				
2392 6,79	2392 7,40	2391 8,38	2390 9,27				
2498 12,48	2497 13,38	2497 15,19	2497 16,70				
$V_A = 301$ V; (2)	$V_A = 484$ V; (9)	$V_A = 690$ V; (8)	$V_A = 960$ V; (3)				
2022 0,874	2024 0,983	2022 1,071	2023 1,224				
2089 1,448	2091 1,617	2088 1,757	2089 1,982				
2142 2,095	2144 2,326	2143 2,550	2143 2,863				
2218 3,531	2221 3,876	2220 4,270	2220 4,702				
2305 6,13	2308 6,75	2306 7,31	2307 8,06				
2390 10,17	2392 11,19	2391 12,02	2391 13,24				
2496 18,31	2498 19,85	2498 21,47	2497 23,46				

1) Auch die am meisten gekrümmte lichtelektrische „Gerade“ läßt sich durch Veränderung von  $r$  (bis zu  $r = 5$ ) nicht strecken, wie man nach den Angaben von L. B. Linford [4] vermuten könnte. Ebenso wenig kann man die Krümmung innerhalb des benutzten Strahlungstemperaturbereiches durch eine Inhomogenität der Oberfläche in bezug auf  $\psi$  und  $M$  erklären, wie eine nähtere Rechnung zeigte. Bezüglich der Krümmung einer Richardson-„Geraden“ bei Emission aus Oberflächen mit Gebieten verschieden großer Abtrennpotentiale vgl. auch [8] und [13]. — 2) Einzelne aus den lichtelektrischen Geraden stark herausfallende Werte (in Tabelle 1 bis 5 eingeklammert) sind bei der Berechnung von  $\psi$  und  $M$  fortgefallen. Bei Meßreihe 9 ergeben die eingeklammerten Meßwerte niedrigere Emissionskonstanten, entsprechend der erwähnten Krümmung der lichtelektrischen „Geraden“.

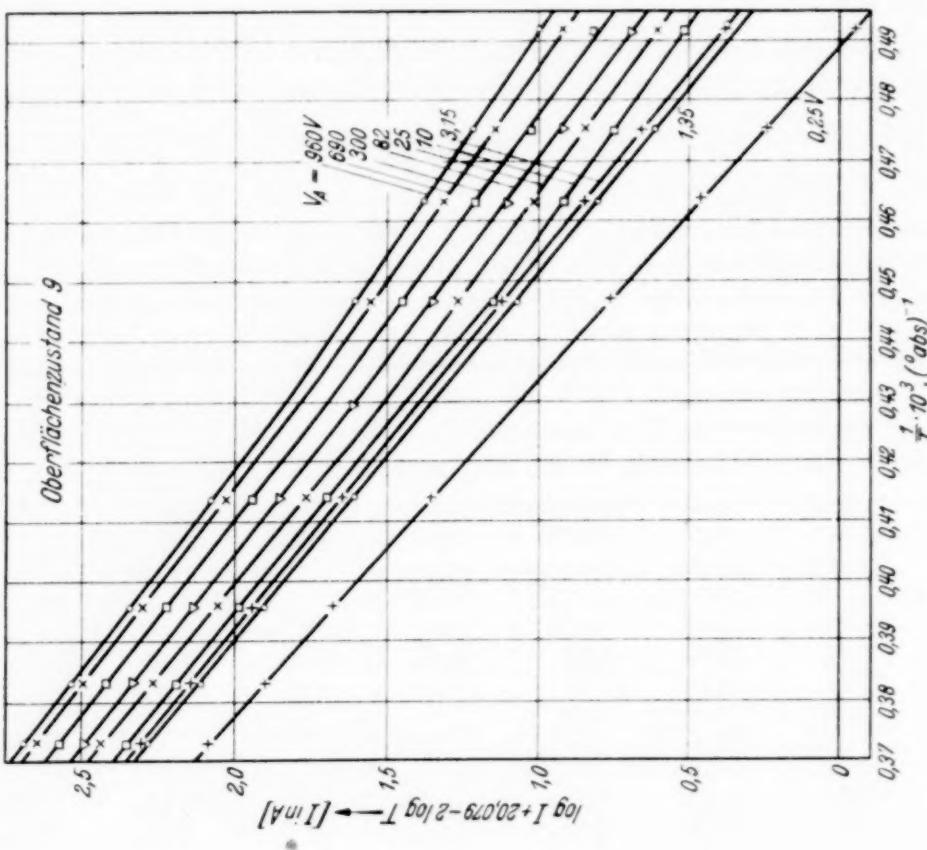


Fig. 4. Lichtelektrische Geraden bei verschiedenen Anodenspannungen  $V_A$  im Oberflächenzustand 6.

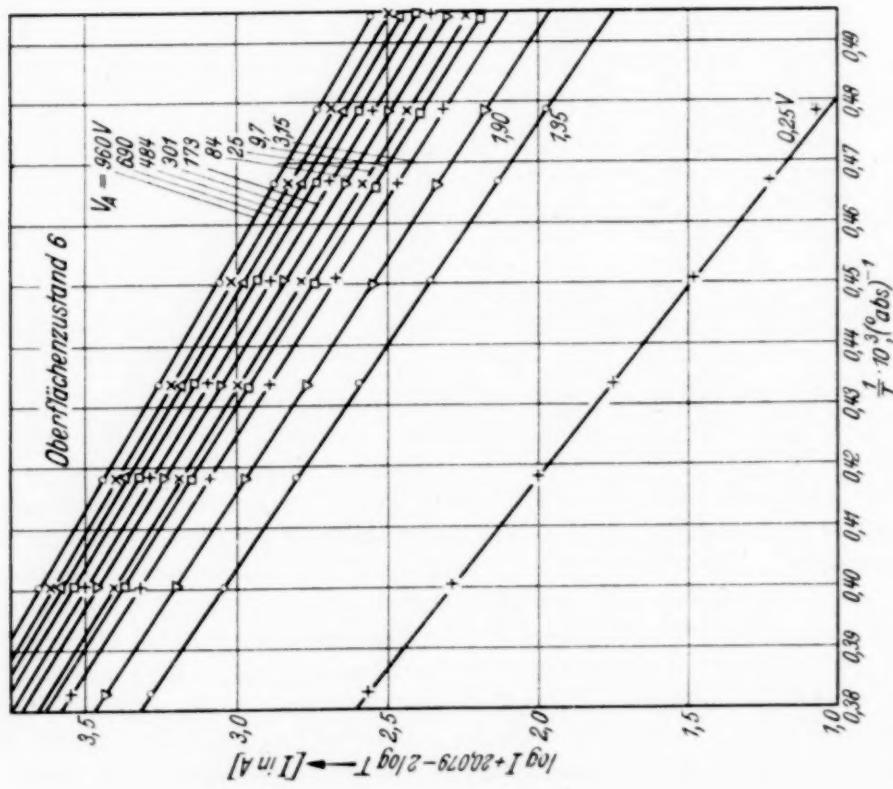


Fig. 5. Lichtelektrische Geraden bei verschiedenen Anodenspannungen  $V_A$  im Oberflächenzustand 9.

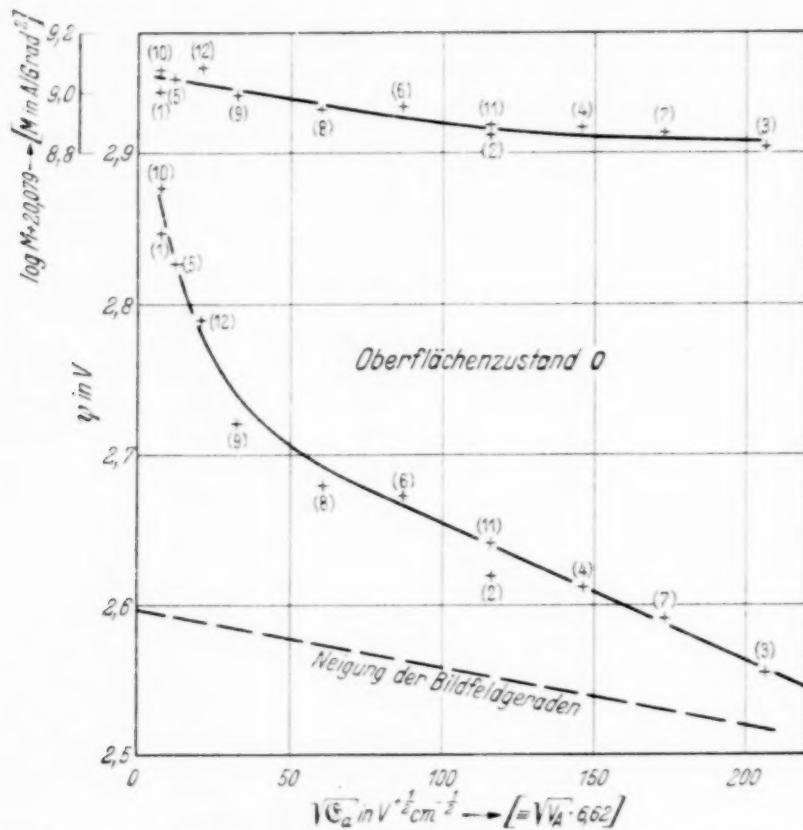
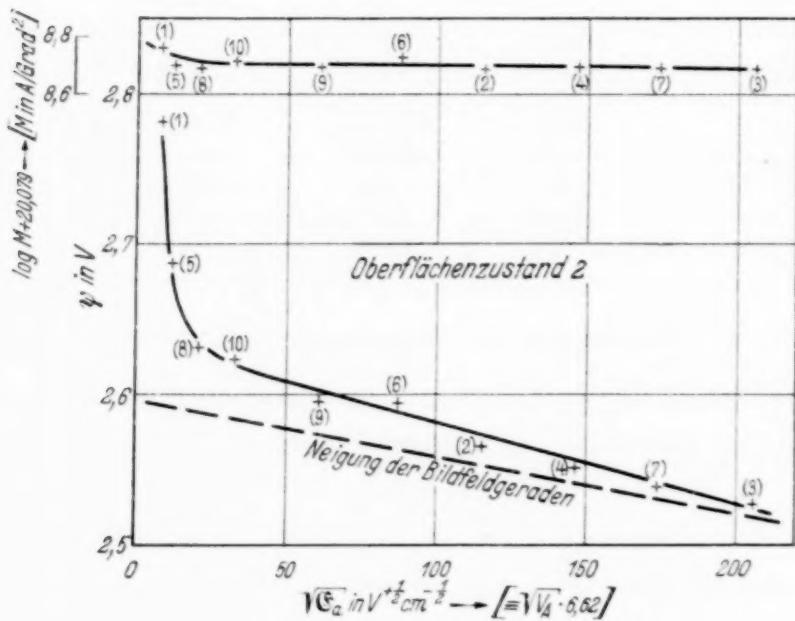
Tabelle 5. Gesamtemissionsstrom  $J$  in  $10^{-11}$  Amp. bei verschiedenen Anodenspannungen  $V_A$  als Funktion der Temperatur  $T$  des Strahlers (in Klammern die Reihenfolge der Meßreihen); Oberflächenzustand 9; Kathode 21 Minuten auf etwa  $600^\circ\text{C}$  geheizt.

$T^0$ abs.	$J$	$T^0$ abs.	$J$	$T^0$ abs.	$J$
$V_A = 0,25\text{ V}$ ; (1)		$V_A = 1,35\text{ V}$ ; (2)		$V_A = 3,15\text{ V}$ ; (10)	
(2031) (0,0030)		(2029) (0,0081)		(2033) (0,0083)	
(2102) (0,0065)		(2103) (0,0153)		(2104) (0,0168)	
(2156) (0,0112)		(2157) (0,0249)		(2158) (0,0272)	
(2236) (0,0241)		(2237) (0,0490)		(2239) (0,0555)	
(2415) 0,1092	2415	0,1952	2416	0,2167	
2526 0,2490	2528	0,427	2528	0,4635	
2610 0,4471	2612	0,743	2612	0,796	
2682 0,727	2682	1,144	2682	1,206	
$V_A = 10\text{ V}$ ; (8)		$V_A = 25\text{ V}$ ; (6)		$V_A = 82\text{ V}$ ; (3)	
(2033) (0,0114)		(2031) (0,0139)		(2033) (0,0170)	
(2103) (0,0206)		(2103) (0,0255)		(2102) (0,0306)	
(2158) (0,0322)		(2158) (0,0400)		(2158) (0,0492)	
(2238) 0,0601	(2238) (0,0767)		(2238) (0,0929)		
2417 0,2414	2415	0,2832	2417	0,3475	
2527 0,514	2526	0,602	2527	0,722	
2612 0,881	2612	1,045	2611	1,222	
2682 1,363	(2682) (1,616)		2681	1,846	
$V_A = 300\text{ V}$ ; (4)		$V_A = 690\text{ V}$ ; (7)		$V_A = 960\text{ V}$ ; (5)	
(2034) (0,0217)		(2033) (0,0293)		(2033) (0,0343)	
(2104) (0,0401)		(2104) (0,0512)		(2104) (0,0444)	
(2158) (0,0630)		(2158) (0,0804)		(2158) (0,0930)	
(2238) (0,1176)		(2239) (0,1498)		(2238) (0,1670)	
2417 0,4264	2418	0,520	2419	0,583	
2528 0,891	2528	1,063	2528	1,175	
2612 1,494	2612	1,767	2612	1,932	
2682 2,242	2681	2,620	2681	2,881	

#### 4. Besprechung der Messungsergebnisse.

a) *Vom Standpunkt der Bildfeldtheorie.* Um zunächst eine quantitative Übersicht über die Stärke des Einflusses des Anodenpotentials  $V_A$  zu erhalten, sind in Fig. 6a bis e in Anlehnung an die Schottkysche Gleichung (2a) die  $\psi$ - und  $\log M$ -Werte als Funktion von  $\sqrt{V_A}$  bzw.  $\sqrt{\mathfrak{E}_a}$  aufgetragen, wobei  $\mathfrak{E}_a$  nach Gleichung (6) als Grobfeldstärke berechnet ist. Die an die Punkte angeschriebenen Ziffern geben die Reihenfolge der zugrunde gelegten Meßreihen an.

Wie man aus den Figg. 6 erkennt, liegen die  $\psi$ -Werte von etwa  $\sqrt{\mathfrak{E}_a} = 30$  bis  $50\text{ Volt}^{1/2}\text{ cm}^{-1/2}$  ( $V_A = 20$  bis  $60\text{ Volt}$ ) ab auf einer Geraden, die steiler geneigt ist als die aus Gleichung (2a) berechnete und jeweils gestrichelt

Fig. 6a.  $\varphi$  und  $\log M$  als Funktion der Wurzel aus der Grobfeldstärke. Zustand 0.Fig. 6b.  $\varphi$  und  $\log M$  als Funktion der Wurzel aus der Grobfeldstärke. Zustand 2.

eingetragene Schottkysche Bildfeldgerade. Die steilere Neigung kann in Fig. 6a durch die „mikroskopische Feinfeldstärke“ erklärt werden, die nach den Ausführungen im vorangehenden Abschnitt beim Zustand 0 wahrschein-

lich noch eine Rolle gespielt hat. Nicht zu erklären ist hierdurch der steile Anstieg der  $\psi$ -Kurve bei Potentialen  $V_A < 20$  Volt.

Auch bei den übrigen  $\psi$ -Kurven in Fig. 6 b bis e lassen sich durch die bei größeren Potentialen gemessenen Werte Geraden hindurchlegen, deren

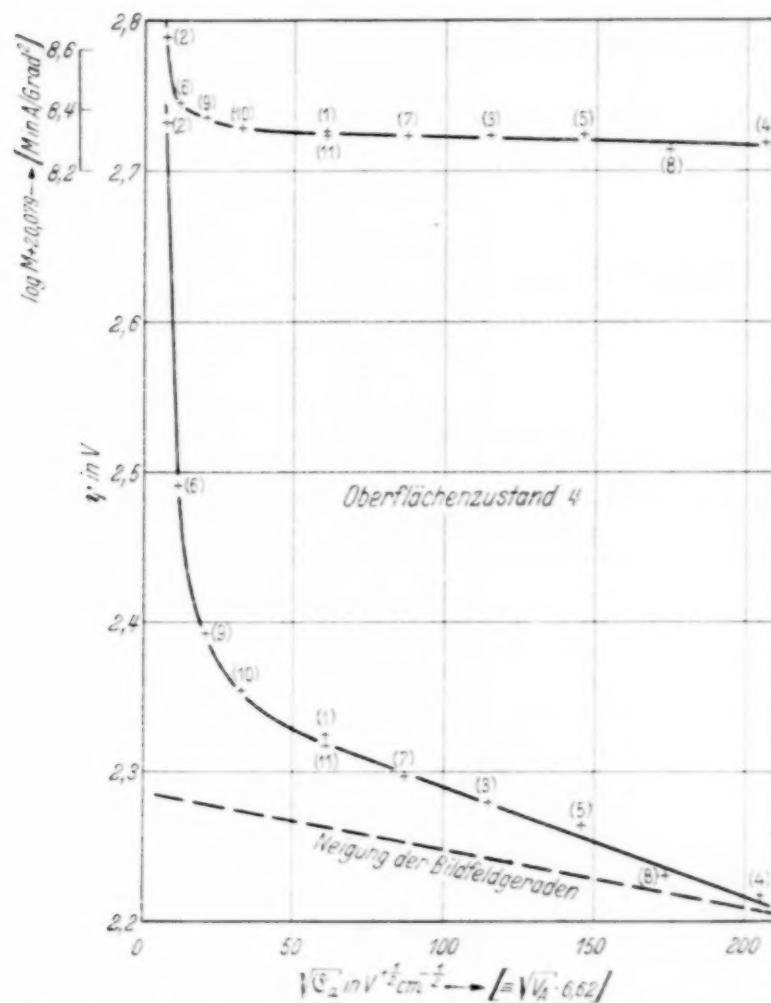


Fig. 6 c.  $\psi$  und  $\log M$  als Funktion der Wurzel aus der Grobfieldstärke. Zustand 4.

Neigung teils größer, teils kleiner als die im Zustand 0 ist, aber stets größere Werte als die der Schottkyschen Geraden annimmt.

Für diese ist  $-\frac{d\psi}{d\sqrt{E_a}} = 3.78 \cdot 10^{-4} \frac{\text{Volt}}{\sqrt{\text{Volt/cm}}}$  [nach Gleichung (2a)]

im Zustand 0 ist „ „  $= 8.58 \cdot 10^{-4}$  „ von  $V_A = 25$  bis 965 Volt

„ „ 2 „ „  $= 5.68 \cdot 10^{-4}$  „ „ „ = 10 „ 965 „

„ „ 4 „ „  $= 7.43 \cdot 10^{-4}$  „ „ „ = 85 „ 965 „

„ „ 6 „ „  $= 9.12 \cdot 10^{-4}$  „ „ „ = 20 „ 965 „

„ „ 9 „ „  $= 14.6 \cdot 10^{-4}$  „ „ „ = 25 „ 965 „

Beim Zustand 2 und erst recht bei den Zuständen 4 bis 9 ist, wie in Abschnitt 3 ausgeführt wurde, eine so mikroskopisch rauhe Struktur der

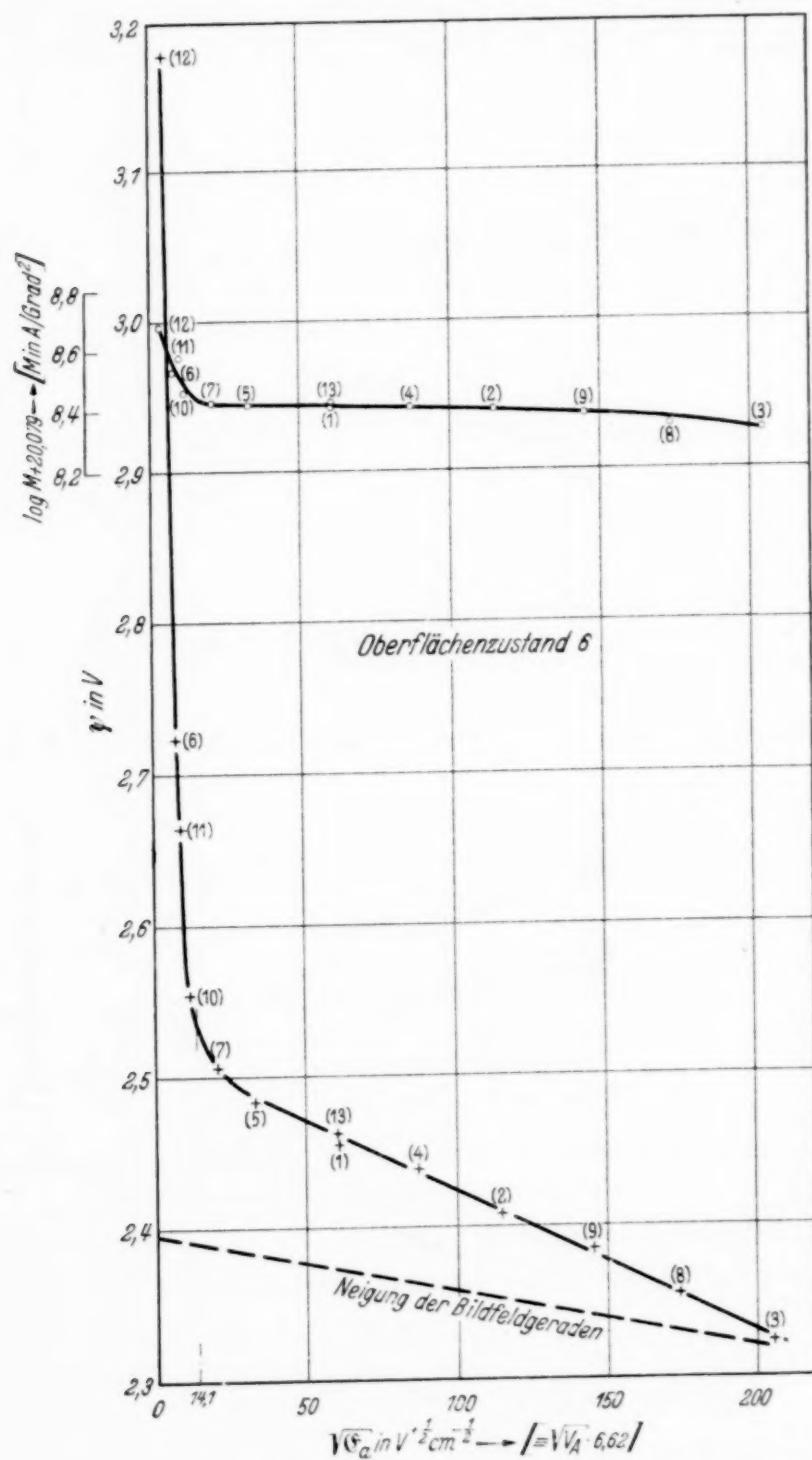


Fig. 6 d.  $\psi$  und  $\log M$  als Funktion der Wurzel aus der Grobfeldstärke. Zustand 6.

Oberfläche wie bei 0 nicht anzunehmen. Die stärkere Neigung der  $\psi$ -Kurve im Verhältnis zur Schottkyschen Geraden kann also jetzt nicht mehr auf

die Wirkung einer „mikroskopischen Feinfeldstärke“, sondern nur noch auf Oberflächenfelder zurückgeführt werden<sup>1)</sup>.

Die log M-Kurven in Fig. 6a und b zeigen eine verhältnismäßig geringfügige Verminderung von log M mit anwachsendem äußerem Feld; die Kurven in Fig. 6c bis e eine stärkere Abnahme, namentlich bei kleineren

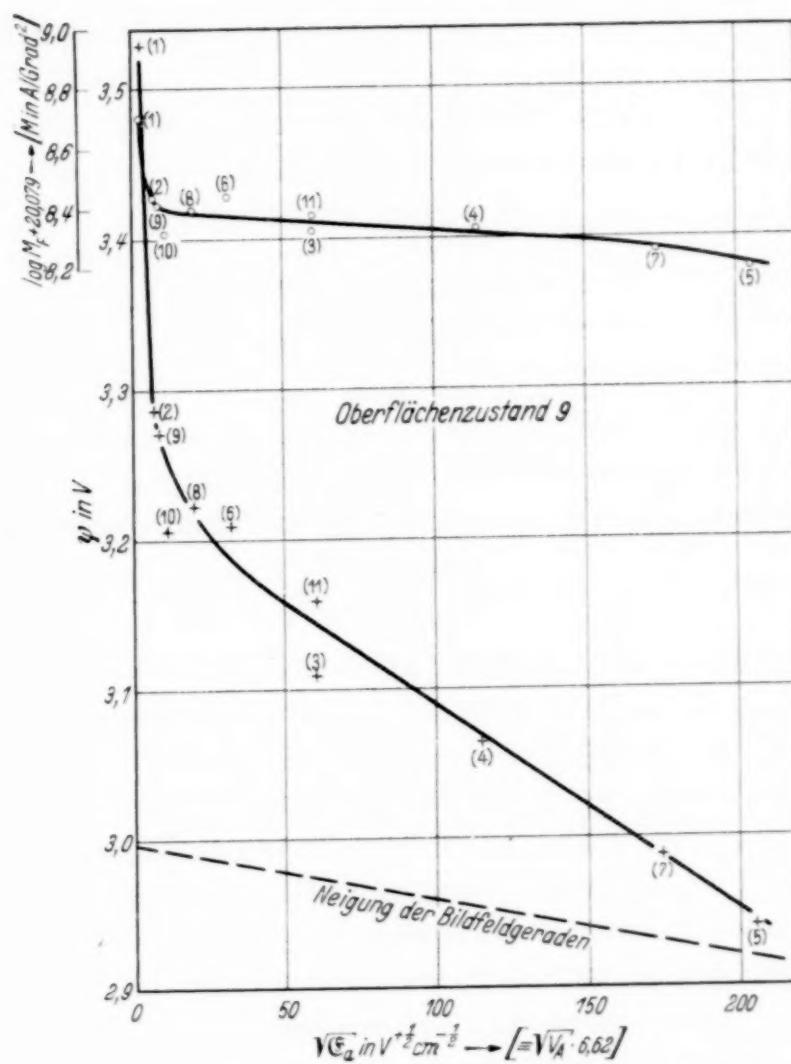


Fig. 6e.  $\varphi$  und  $\log M$  als Funktion der Wurzel aus der Grobfeldstärke. Zustand 9.

Feldern; die Mengenkonstante vermindert sich bei ihnen insgesamt auf 0,4 bis 0,3 des Anfangswertes. Diese Abnahme kann man durch das Bildfeld, auch wenn man das Vorhandensein einer Feinfeldstärke annimmt, nicht erklären. Bemerkenswert ist der Wendepunkt, den die log M-Kurven vom Zustand 4 an aufweisen.

<sup>1)</sup> Es sei jedoch hervorgehoben, daß im Kurvenverlauf ein auffallender Unterschied bei der anfänglichen, vermutlich kompakten Ba-Belegung und bei den späteren atomaren und unteratomaren Oberflächenzuständen nicht besteht.

b) Unter der Annahme von Fleckenfeldern mit Hilfe der  $\log \mathfrak{E}_i$  vs.  $\log z$ -Darstellung. Nach den Ausführungen im Abschnitt 1 kann man die  $z$ -Komponente des inneren Feldes  $\mathfrak{E}_i$  als Funktion der Entfernung  $z$  von der Oberfläche mit Hilfe von Gleichung (4a) und (4) ermitteln. Dies ist in Fig. 7 für den Zustand 2 geschehen. In der logarithmischen Auftragung erscheint das zum Vergleich eingezeichnete Bildfeld  $\mathfrak{E}_B$  [Gleichung (2)] als Gerade. Die durch die Meßpunkte hindurchgelegte Gerade entspricht dem geradlinigen Teil der  $\psi$ -Kurve in Fig. 6b<sup>1)</sup>.

Nach der Berechnung müßte im Abstand  $z = 10^{-3}$  cm noch eine Feldstärke von  $10^2$  Volt/cm herrschen<sup>2)</sup>, was sehr unwahrscheinlich ist. Der ansteigende Ast der  $\psi$ -Kurve in Fig. 6b bei kleinen Anodenspannungen kann also in seinem ersten Teil (Anodenspannung  $< 5$  bis 10 Volt, angelegtes Feld  $< 200$  bis 400 Volt/cm) durch die Schottkysche Annahme [Gleichung (1)] der Überlagerung von innerem Feld  $\mathfrak{E}_i$  und äußerem Feld  $\mathfrak{E}_a$  in Verbindung mit den Überlegungen von Becker und Müller [nach Gleichung (3) bis (4)] nicht gedeutet werden.

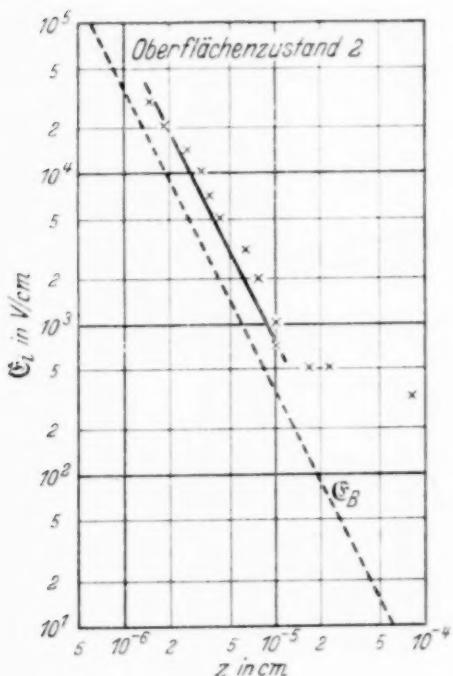


Fig. 7.  $z$ -Komponente des inneren Feldes  $\mathfrak{E}_i$  in Abhängigkeit vom Abstand  $z$  von der Oberfläche, berechnet aus der gemessenen Funktion  $\psi$  ( $\mathfrak{E}_a$ ) nach der Methode von Becker und Müller; Zustand 2;  $\mathfrak{E}_B$  Bildfeld [Gleichung (2)].

Bei den übrigen Oberflächenzuständen ergibt die Berechnung einen ähnlichen Verlauf der Abhängigkeit des inneren Feldes  $\mathfrak{E}_i$  von  $z$  wie in Fig. 7. Auch hier berechnen sich also aus dem ersten Teil des steilen Anstiegs der  $\psi$ -Kurven in Fig. 6b bis e unwahrscheinlich große Werte für die Feldstärke in großen Abständen von der Oberfläche, so daß dieser Anstieg auch bei den übrigen  $\psi$ -Kurven in der geschilderten Weise nicht

<sup>1)</sup> Die Parallelverschiebung jener Geraden gegen die Bildfeldgerade entspricht der Neigungsabweichung der  $\psi$ -Kurve in Fig. 6b von der Schottkyschen Geraden. — <sup>2)</sup> W. B. Nottingham [24] berechnet aus glühelektrischen Strom-Spannungskurven an thoriumbedecktem Wolfram unter der Annahme einer Spannungsunabhängigkeit der Mengenkonstanten eine Feldstärke  $\mathfrak{E}_i$  von gleicher Größe in gleicher Entfernung. Bei natriumbedecktem Nickel erhält er aus lichtelektrischen Messungen nach einer anderen Methode als der unserigen etwas kleinere, aber immer noch unwahrscheinliche Werte.

gedeutet werden kann. Dagegen kann man Oberflächenfelder sehr gut zur Deutung des Verlaufs der  $\psi$ -Kurven in Fig. 6 bei den *größeren Anodenspannungen* ( $> 5$  bis 10 Volt) heranziehen, also zur Erklärung des weiteren gekrümmten Abfalls dieser Kurven und zur Deutung der Abweichungen des darauffolgenden geradlinigen Teils von der Schottkyschen Geraden. Wie im ersten Abschnitt erwähnt wurde, kann man diese Oberflächenfelder durch das Vorhandensein *verschieden stark* emittierender Flecken auf der Kathode erklären<sup>1)</sup>.

Unter der Annahme, daß ein *einziger kreisförmiger Flecken*, der eine örtliche Kontaktpotentialdifferenz  $K$  gegen seine Umgebung besitzt, das Fleckenfeld

$$\mathfrak{E}_F = \mathfrak{E}_i - \mathfrak{E}_B$$

hervorruft, ergibt sich für die Abhängigkeit der potentiellen Energie  $P_R$  eines Elektrons längs der Mittelsenkrechten des Fleckens die Beziehung

$$\frac{1}{e_0} \cdot P_R = -K \cdot \left(1 - \frac{z}{(R^2 + z^2)^{1/2}}\right) \quad (7)$$

und für die  $z$ -Komponente  $\mathfrak{E}_R$  der Feldstärke längs der Mittelsenkrechten des Fleckens die Formel

$$\mathfrak{E}_R = -\frac{1}{e_0} \cdot \frac{\partial P_R}{\partial z} = -K \cdot \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}}. \quad (7a)$$

Hierin bedeutet  $R$  den Radius des Fleckens,  $z$  den senkrechten Abstand von seiner Mitte und  $e_0$  die Elementarladung.

Um das Fleckenfeld, das bei einer größeren Zahl von Flecken verschiedenen Abtrennpotentials vorhanden ist, in Annäherung darstellen zu können, nimmt man mit Linford [4], sowie mit Becker und Rojansky [2] eine *schachbrettartige* Verteilung der Flecken auf der Kathodenoberfläche an und führt zur weiteren Vereinfachung an Stelle der *rechteckigen* Potentialverteilung, wie sie bei einer gleichmäßigen Abtrennbarkeit innerhalb jeden Schachbrettquadrates vorhanden wäre, eine *sinusförmige* Potentialverteilung ein. Man erhält dann mit den genannten Autoren für die potentielle Energie  $P_s$  die Beziehung

$$\frac{1}{e_0} \cdot P_s = -\frac{1}{2} K_m \cdot \left[1 + \cos \frac{\pi x}{b} \cdot \cos \frac{\pi y}{b} \cdot e^{-\frac{\pi \sqrt{2}}{b} \cdot z}\right] \quad (8)$$

<sup>1)</sup> Wegen der Einzelheiten der hier maßgebenden theoretischen Überlegungen sei auf eine später erscheinende Arbeit von J. L. v. Eichborn verwiesen, wo die Fleckentheorie an Hand schematischer Abbildungen und anknüpfend an die hier zu gebende Deutung unserer Versuchsergebnisse im Zusammenhang dargestellt und besprochen wird. An dieser Stelle wird nur das nötige Formelrüstzeug gebracht, um zu quantitativen Vergleichen mit den experimentellen Kurven zu kommen.

und für die  $z$ -Komponente (senkrecht zur Oberfläche) des hervorgerufenen Feldes den Ausdruck

$$\mathfrak{E}_s = -\frac{1}{2} K_m \cdot \cos \frac{\pi x}{b} \cdot \cos \frac{\pi y}{b} \cdot \frac{\pi}{b} \cdot \sqrt{2} \cdot e^{-\frac{\pi \sqrt{2}}{b} \cdot z}. \quad (8a)$$

Hierin ist  $K_m$  die von Mitte zu Mitte der Quadrate (schwarze und weiße Felder des Schachbretts) geltende maximale örtliche Kontaktpotential-

differenz, und  $b$  die Quadratseite der Flecken;  $x$  und  $y$  sind die Koordinaten in der Oberfläche von der Mitte eines elektropositiven Quadrates aus parallel zu den Quadratseiten.

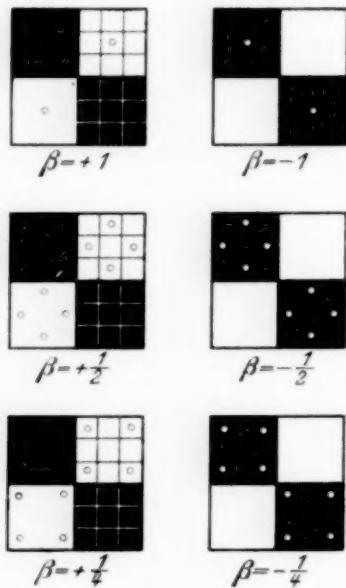


Fig. 8. Verteilung der Unterbezirke des Fleckenschachbrettes für verschiedene Werte von  $\beta$  [nach Gleichung (9).]

Für die folgende Anwendung der Gleichung (8a) führt man als Abkürzung

$$\beta \equiv \cos \frac{\pi x}{b} \cdot \cos \frac{\pi y}{b} \quad (9)$$

ein;  $\beta$  kann alle Werte zwischen  $+1$  und  $-1$  annehmen. Zur Auswertung teilt man nach dem Vorgang von Becker jedes Quadrat des Schachbrettes in homogen angenommene Unterbezirke, denen je ein Wertepaar  $x, y$  zugeordnet ist: Für  $\beta = 1$  ergibt sich z. B. der Mittelpunkt jedes elektropositiven Quadrates, für  $\beta = \frac{1}{2}$  vier symmetrisch auf den Mittelachsen jedes elektropositiven Quadrates im Abstand  $b/3$  vom Mittelpunkt gelegene Punkte (vgl. Fig. 8).

Mit Hilfe von Gleichung (8a) läßt sich nun unter Benutzung bestimmter Werte von  $b$  und  $K_m$  die Abhängigkeit von  $\mathfrak{E}_s$  vom Abstand  $z$  über der Oberfläche für die in Fig. 8 eingezeichneten Punkte der Kathodenoberfläche berechnen. Die unter Benutzung einer maximalen Kontaktpotentialdifferenz der weißen und schwarzen Quadrate von 2 Volt und einer annehmbaren Seitenlänge  $b = 4 \cdot 10^{-4}$  cm der Quadrate (Größe der Flecken) erhaltenen Kurven sind in Fig. 9 eingetragen. Außer diesen teilweise gestrichelt angegebenen Funktionen ist in Fig. 9 die nach Gleichung (7a) berechnete Abhängigkeit von  $\mathfrak{E}_R$  (bei einem einzigen elektropositiven Flecken) vom Abstand  $z$  längs der Mittelsenkrechten (teilweise strichpunktiert) eingezeichnet, und zwar für  $K = 2$  Volt und  $R \cdot \sqrt{\pi} = 4 \cdot 10^{-4}$  cm. Durch die Überlagerung von Fleckenfeld und Bildfeld ergeben sich die ausgezogenen Kurven. Man sieht, daß der Einfluß des Bildfeldes  $\mathfrak{E}_B$  gegenüber

dem des Fleckenfeldes  $\mathfrak{E}_S$  oder  $\mathfrak{E}_R$  verschwindet, wenn  $z$  die Größenordnung der Fleckenausdehnung  $b$  bzw.  $R$  annimmt, also von etwa  $10^{-4}$  cm ab. Bei Abständen  $z$  von kleinerer Größenordnung als  $b$  bzw.  $R$  nähert sich der Verlauf des Gesamtfeldes  $\mathfrak{E}_i$  mit abnehmendem  $z$  schnell dem des Bildfeldes.

Während Fig. 9 die theoretischen Kurven für das Oberflächenfeld über verschiedenen Stellen der mit Flecken von willkürlich gewähltem  $K_m$

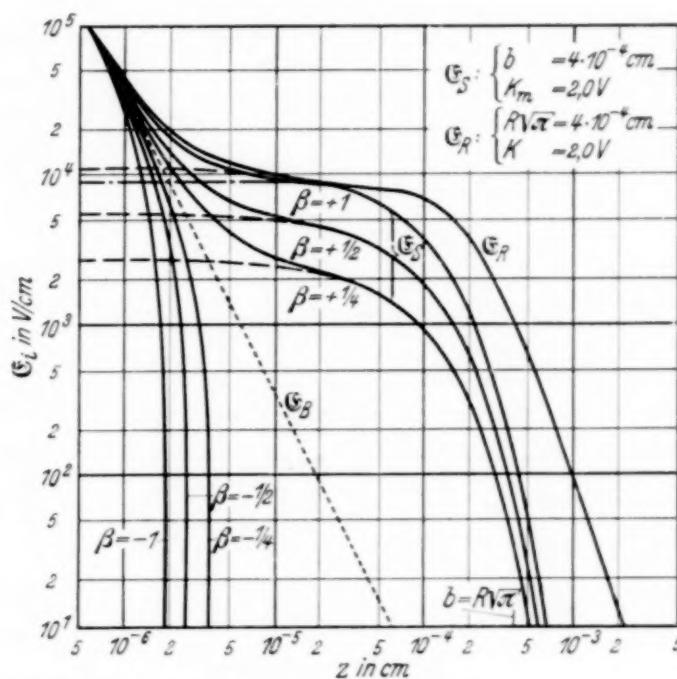


Fig. 9. Punktiert: Bildfeld  $\mathfrak{E}_B$  [Gleichung (2)]. — Gestrichelt: Fleckenfeldstärke  $\mathfrak{E}_S$  [Gleichung (8a)] bei Schachbrettanordnung der Flecken mit sinusförmiger Potentialverteilung längs der Oberfläche über den in Fig. 8 eingezeichneten Punkten der Oberfläche;  $K_m = 2$  Volt;  $b = 4 \cdot 10^{-4}$  cm. — Strichpunktiert: Feldstärke  $\mathfrak{E}_R$  über dem Mittelpunkt eines einzelnen elektropositiven kreisförmigen Fleckens [Gleichung (7a)];  $K = 2$  Volt;  $R \cdot \sqrt{\pi} = 4 \cdot 10^{-4}$  cm. — Ausgezogen: Überlagerung von Flecken- und Bildfeld. Abszisse: Senkrechter Abstand von der Oberfläche. Logarithmischer Maßstab.

und  $b$  bzw.  $K$  und  $R$  bedeckten Kathode darstellt, ist in Fig. 10 versucht worden, Oberflächenfelder zu berechnen, die sich den aus den Versuchsergebnissen des Zustandes 6 erhaltenen anpassen. Wie man aus Fig. 10 ersieht, läßt sich durch die nach Gleichung (4a) und (4) aus den Messungen ermittelten Punkte für kleine  $z$ -Werte eine Feldkurve hindurchlegen, die durch Überlagerung des Bildfeldes mit dem Fleckenfeld kleiner *Einzelflecken* von  $R \cdot \sqrt{\pi} = 4 \cdot 10^{-6}$  cm erhalten wurde. Die so dargestellten Meßpunkte entsprechen dem *geradlinigen* Teil der  $\psi$ -Kurve in Fig. 6 d. Aber auch einen Teil des *ansteigenden Astes* dieser Kurve vermag man zu deuten, wenn man Fleckenfelder zu Hilfe nimmt, die durch eine *Schachbrettverteilung* größerer Flecken von  $b = 6 \cdot 10^{-4}$  cm zustande kommen und sich dem Bildfeld überlagern. Für die Kontaktpotentialdifferenzen

sind dabei die Werte  $K = 0,23$  und  $K_m = 0,22$  Volt zu wählen. Wie Fig. 10 zeigt, fallen die für größere  $z$ -Werte aus den Messungen ermittelten Punkte bis zu etwa  $z = z_m = 2 \cdot 10^{-4}$  cm und  $|\mathfrak{E}_i| = |\mathfrak{E}_a| = 2 \cdot 10^2$  Volt/cm auf die unter dieser Annahme berechnete Feldkurve. Die größeren  $z$ -Werte, die dem steilen Abfall am Anfang der  $\psi$ -Kurve in Fig. 6 d entsprechen, sind ungeklärt, wie schon oben bei Besprechung der Fig. 7 betont wurde<sup>1)</sup>.

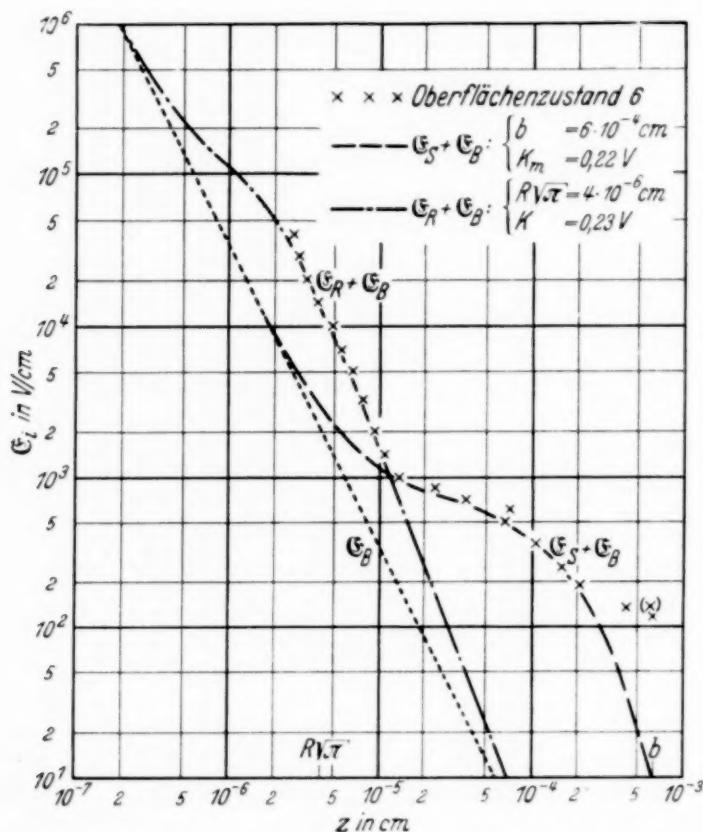


Fig. 10. Punktiert: Bildfeld  $\mathfrak{E}_B$  [Gleichung (2)]. — Gestrichelt: Überlagerung von Bildfeld  $\mathfrak{E}_B$  und Fleckenfeld  $\mathfrak{E}_S$  über den Mittelpunkten der elektropositiven Quadrate einer Schachbrettfleckenverteilung ( $\beta = 1$ ;  $K_m = 0,22$  Volt;  $b = 6 \cdot 10^{-4}$  cm) als Funktion des Abstandes von der Oberfläche. — Strichpunktiert: Überlagerung von Bildfeld  $\mathfrak{E}_B$  und Fleckenfeld  $\mathfrak{E}_R$  eines einzelnen elektropositiven kreisförmigen Fleckens ( $K = 0,23$  Volt;  $R \cdot \sqrt{\pi} = 4 \cdot 10^{-6}$  cm). — Kreuze: Aus der gemessenen Funktion  $\psi$  ( $\mathfrak{E}_a$ ) im Oberflächenzustand 6 berechnete Werte von  $\mathfrak{E}_i$ .

<sup>1)</sup> Bei diesen Werten ist zur Berechnung von  $\mathfrak{E}_i(z)$  berücksichtigt, daß  $z_m$  nicht mehr unendlich klein gegen den Kathodenradius  $r = 5 \cdot 10^{-3}$  cm ist, d. h. daß für  $\mathfrak{E}_a$  nicht mehr der Wert  $\mathfrak{E}_a(0)$  aus der Gleichung (6), der für  $z = 0$  gilt, eingesetzt werden darf. Der korrigierte Wert für  $\mathfrak{E}_a$  in Gleichung (4a) muß heißen

$$\mathfrak{E}_a(z_m) = \mathfrak{E}_a(0) \cdot \frac{r_K}{r_K + z_m} = -\mathfrak{E}_i(z_m),$$

und an Stelle von Gleichung (4) tritt die genauere Beziehung

$$\frac{d\psi}{d\mathfrak{E}_a(0)} = -r_K \cdot \ln \left( 1 + \frac{z_m}{r_K} \right).$$

Der Verlauf der experimentell ermittelten  $\psi$ -Kurve in Fig. 6d kann hiernach zum *größten Teil* durch die Überlagerung des die Elektronen beschleunigenden äußeren Feldes und der die Elektronen zurückhaltenden inneren Felder erklärt werden. Die letzteren setzen sich aus dem Bildfeld und Fleckenfeldern zusammen, die zustande kommen durch größere Flecken verschiedenen Abtrennpotentials, auf denen sich sehr viel kleinere von noch kleinerem Abtrennpotential befinden. Die durch die größeren Flecken hervorgerufenen Felder machen sich bei kleineren Anodenspannungen, die wegen der kleineren Flecken vorhandenen Felder bei größeren Anodenspannungen bemerkbar: sie verursachen, daß die Neigung der  $\psi$ -Kurve bei höheren Anodenspannungen nicht mit derjenigen der Schottky-schen Geraden zusammenfällt<sup>1)</sup>.

Die nach Becker und Mueller aus unseren gemessenen  $\psi$ -Kurven berechneten Werte des Abstandes  $z_m$  der Potentialschwelle, die durch Überlagerung des inneren Feldes und des entgegengesetzten äußeren Feldes entsteht, reichen bis zu submikroskopischen Größenordnungen. Dort ist grundsätzlich ein Feinfeldstärkenfaktor zu erwarten, um den die Grobfeldstärke nach Gleichung (6), mit welcher wir rechneten, erhöht werden müßte. Sehr feine submikroskopische Spitzen, die einen merklichen Faktor Feinfeldstärke bedingen, sind aber verhältnismäßig selten, um so seltener, Grobfeldstärke je feiner sie sind und je größer damit jener Faktor angesetzt werden müßte<sup>2)</sup>. Trotz dieses „Seltenheitsfaktors“, der in dem „mittleren Fein/Grob-Faktor“ der *geometrischen Feinstruktur* der Oberfläche enthalten ist, wird der

---

Der am weitesten rechts liegende Meßpunkt, bei dem sich diese Korrektur am stärksten auswirkt, ist in der Fig. 10 in Klammern zugleich *auch ohne* die Korrektur eingetragen worden; wie man sieht, macht sie auch bei diesem  $z$ -Wert noch nicht sehr viel aus.

<sup>1)</sup> Solange der ungewöhnlich große Anstieg des gemessenen Abtrennpotentials nach kleinen angelegten Anodenpotentialen hin nicht geklärt ist, der in der  $E_i$  vs.  $z$  Darstellung bei größeren  $z$ -Werten das Ausweichen der experimentellen Kurve nach zu großen  $E_i$ -Werten hin bewirkt, kann jedoch die obige Deutung der übrigen Teile der experimentellen Kurven nur mit einem gewissen Vorbehalt als gültig angesehen werden, so einleuchtend und einfach sie erscheint. Dieser Vorbehalt bezieht sich darauf, daß durch den ungeklärten Effekt bei kleinen Anodenpotentialen womöglich auch der Verlauf der Kurven bei noch etwas höheren Anodenpotentialen, außer durch den Fleckenfeldeffekt, beeinflußt sein könnte. — <sup>2)</sup> Wir folgen hier Überlegungen von W. Schottky, die kürzlich teilweise in einer Diskussionsbemerkung veröffentlicht wurden (ZS. f. techn. Phys. **17**, 415, 1936). Für den Hinweis auf sie in mündlicher Unterredung, die der eine von uns mit ihm hatte, möchten wir Herrn Schottky an dieser Stelle danken.

Fein/Grob-Faktor eine Rolle spielen, sobald die Abhängigkeit der Emission vom äußeren Felde einen so großen Feldeinfluß bedingt wie z. B. bei dem Gesetz der kalten Elektronenentladung<sup>1)</sup>, wo normalerweise in den Entfernungsbereichen unter  $10^{-5}$  cm von der Oberfläche mit einer Feinfeldstärkenwirkung gerechnet werden muß. Bei dem Bildfeldgesetz<sup>2)</sup> ist der Feldeinfluß geringer, so daß man die beobachteten Abweichungen von diesem Gesetz (ungefähre Parallelverschiebung der Meßpunkte gegen die Bildfeldgerade in der logarithmischen  $\mathfrak{E}_i$  vs.  $z$ -Darstellung) wohl mit gutem Recht bei unseren Oberflächenzuständen vom Zustand 1 ab auf derartige Fleckenfelder zurückführen darf, wie sie in Fig. 10 ermittelt wurden.

#### *Literaturhinweise.*

- [1] H. Rukop, W. Schottky u. R. Suhrmann, Die Physik **3**, 1, 1935. —
- [2] J. A. Becker, Rev. Mod. Phys. **7**, 95, 1935. — [3] R. Suhrmann, Ergebnisse d. exakt. Naturw. **13**, 148, 1934. — [4] L. B. Linford, Rev. Mod. Phys. **5**, 34, 1933. — [5] K. T. Compton u. J. Langmuir, ebenda **2**, 124, 1930. —
- [6] J. A. Becker u. P. W. Mueller, Phys. Rev. **31**, 431, 1928. — [7] W. Schottky u. H. Rothe im Handbuch d. Experimentalphysik **13**, 2. Teil. —
- [8] E. Brüche, ZS. f. Phys. **98**, 77, 1935. — [9] H. Mahl, ebenda **98**, 321, 1935. — [10] E. Brüche u. H. Mahl, ZS. f. techn. Phys. **16**, 623, 1935. —
- [11] H. Mahl u. J. Pohl, ebenda **16**, 219, 1935. — [12] E. Brüche u. W. Knecht, ZS. f. Phys. **92**, 462, 1934. — [13] A. Recknagel, ebenda **98**, 355, 1935. — [14] W. B. Nottingham, Phys. Rev. **49**, 78, 1936. — [15] R. Suhrmann u. R. Deponte, ZS. f. Phys. **86**, 615, 1933. — [16] A. Rose, Phys. Rev. **49**, 838, 1936. — [17] A. Becker, Ann. d. Phys. **78**, 83, 1925. — [18] R. Suhrmann, ZS. f. Phys. **54**, 99, 1929. — [19] F. Hoffmann u. H. Willenberg, Phys. ZS. **35**, 713, 1934. — [20] P. A. Anderson, Phys. Rev. **47**, 958, 1935. —
- [21] R. J. Cashman u. N. C. Jamison, ebenda **49**, 195, 877, 1936. — [22] N. C. Jamison u. R. J. Cashman, ebenda **50**, 624, 1936. — [23] W. Hinsch, ZS. f. techn. Phys. **12**, 528, 1931. — [24] W. B. Nottingham, Phys. Rev. **41**, 793, 1932.

*Breslau*, Physikalisch-Chemisches Institut der Technischen Hochschule und der Universität.

<sup>1)</sup> Emissionsstrom proportional  $e^{-\text{const}/\mathfrak{E}_a}$ .

<sup>2)</sup> Emissionsstrom proportional  $e^{+\text{const} \sqrt{\mathfrak{E}_a}}$ .

## Rotationsschwingungsspektren im photographischen Ultrarot von Molekülen, die das Wasserstoffisotop der Masse 2 enthalten.

### III. Die Bande $1,161 \mu$ des HDO.

Von **Luise Herzberg** in Saskatoon.

Mit 1 Abbildung. (Eingegangen am 29. Juli 1937.)

Es werden die Linien der Bande  $1,161 \mu$  des HDO gemessen und soweit als möglich eingeordnet. Die Hauptträgheitsmomente dieses Moleküls werden bestimmt. Die hieraus erhaltenen Werte für den Valenzwinkel und den DO-Abstand weichen um 0,6 bzw. 2% von den von Mecke und Mitarbeitern für den Valenzwinkel und den HO-Abstand im  $H_2O$  erhaltenen Werten ab. Es kann nicht mit Sicherheit gesagt werden, ob diese Abweichung reell ist.

*1. Einleitung.* Herzberg und Verleger haben in einer kurzen Mitteilung<sup>1)</sup> über das Spektrum des schweren Wassers im photographischen Ultrarot berichtet, das sie mit Mischungen von  $H_2O$  und  $D_2O$  verschiedener Konzentration erhalten hatten. Eine Feinstrukturanalyse der von ihnen gefundenen, teilweise dem HDO und teilweise dem  $D_2O$  zugeordneten Banden wäre vor allem interessant wegen der Frage, wie genau die geometrische Konfiguration bei den verschiedenen isotopen Wassermolekülen übereinstimmt.

Die Molekülkonstanten von  $H_2O$  sind durch die von Mecke und Mitarbeitern<sup>2)</sup> ausgeführte Analyse der im Sonnenspektrum auftretenden atmosphärischen Wasserbanden sehr genau bestimmt. Wegen der viel kürzeren im Laboratorium zur Verfügung stehenden Absorptionslängen ist die für HDO und  $D_2O$  zu erreichende Intensität der Banden natürlich wesentlich geringer. Infolgedessen können viel weniger Linien und diese weniger genau gemessen werden als im Sonnenspektrum.

Leider war sowohl auf den ursprünglich erhaltenen sowie auch auf neuen, unter möglichster Ausnutzung der vorhandenen Mittel (3 m Gitter, 1 m Absorptionsweg) aufgenommenen Spektrogrammen nur eine einzige Bande ( $\lambda = 1,161 \mu$ ) intensiv genug und frei genug von Überlagerungen, daß ihre Feinstruktur gemessen werden konnte. Dies setzt die Genauigkeit der Ermittlung der Molekülkonstanten im vorliegenden Falle im Vergleich

<sup>1)</sup> G. Herzberg u. H. Verleger, Phys. ZS. **35**, 622, 1934. — <sup>2)</sup> R. Mecke, ZS. f. Phys. **81**, 313, 1933; W. Baumann u. R. Mecke, ebenda, S. 445; K. Freudenberg u. R. Mecke, ebenda, S. 465.

zum  $H_2O$ , wo eine größere Anzahl von Banden analysiert werden konnten noch weiter herab. Da aber wohl kaum in absehbarer Zeit besseres Material zur Verfügung stehen dürfte, wurde versucht, aus dieser einen Bande soviel

als möglich herauszuholen, worüber im folgenden kurz berichtet werden soll.

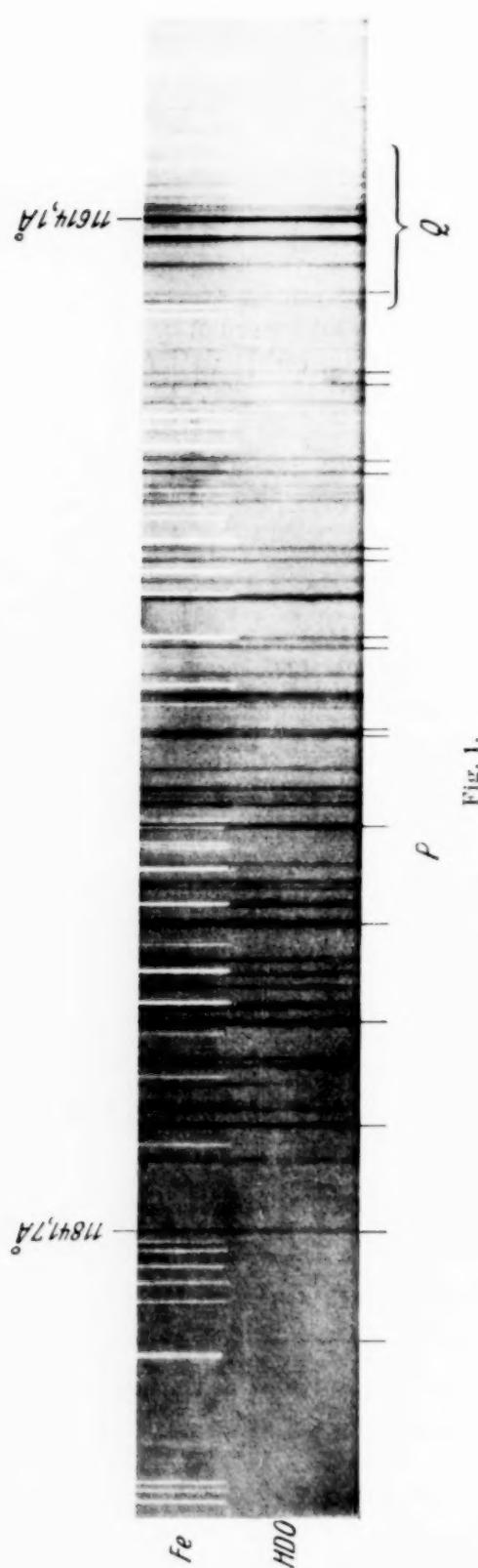


Fig. 1.

*B. Analyse.* In Fig. 1 ist ein Spektrogramm eines Teiles der Bande  $1,161 \mu$  wiedergegeben. Darin ist eine deutliche Gruppenbildung der Linien, besonders in der Mitte der Bande, zu erkennen und ferner etwa zehn Glieder eines verhältnismäßig intensiven, nach Rot zu divergierenden Zweiges, der im kurzwelligeren Teil aus Doublets besteht.

Bei dreiatomigen, nicht linearen Molekülen, wie den Wasserisotopen (asymmetrischer Kreisel), treten zwei Arten von Banden auf, solche, bei denen das elektrische Dipolmoment in der Richtung der Achse des kleinsten Trägheitsmomentes schwingt (*A*-Banden) und solche, bei denen es in der Richtung der Achse des mittleren Trägheitsmomentes schwingt (*B*-Banden). Da die Auswahlregeln bei den beiden Typen von Banden sehr verschieden sind<sup>1)</sup>, unterscheiden sie sich wesentlich in ihrer Struktur. Während *B*-Banden im allgemeinen eine unübersichtliche Linienanordnung haben, zeigen *A*-Banden die charakteristische Gruppierung und Zweigbildung der hier vorliegenden Bande. Da diese Bande außerdem auch einer von Mecke (l. c.) abgebildeten *A*-Bande des  $H_2O$  (1,2,1-Bande) sehr ähnlich sieht, konnte von vornherein

<sup>1)</sup> Vgl. D. M. Dennison, Rev. Mod. Phys. 3, 280, 1931.

Tabelle 1. Linien der Bande  $1,161 \mu$  ( $8611,6 \text{ cm}^{-1}$ ) des HDO-Moleküls.

$r_{\text{beob.}}$	Int.	Einordnung	$r_{\text{ber.}}$	beob. - ber.
8442,41*	00	$10_{-10} - 11_{-11}; 10_{-9} - 11_{-10}$		
8459,41*	1	$9_{-9} - 10_{-10}; 9_{-8} - 10_{-9}$		
8475,88*	0	$8_{-8} - 9_{-9}; 8_{-7} - 9_{-8}$ $3_{-2} - 3_{+3}$	8475,57	+ 0,31
8478,67	0,5			
8485,94	0			
8491,93*	1	$7_{-7} - 6_{-6}; 7_{-6} - 6_{-5}$		
8494,79	1	$3_{-1} - 3_{+2}$	8493,69	+ 1,10
8497,49	00	$4_{-2} - 4_{+1}$	8497,81	- 0,32
8498,79	00			
8501,48	00			
8507,56*	1,5 b	$6_{-6} - 7_{-7}; 6_{-5} - 7_{-6}$		
8511,06	1 b			
8513,62	1,5			
8516,93	0,5	$1_{-1} - 2_{+2}$	8517,69	- 0,76
8522,35*	1,5	$5_{-5} - 6_{-6}$		
8523,15*	1,5	$5_{-4} - 6_{-5}$		
8526,93	0 b			
8528,10	0 b			
8529,05	2 d			
8532,39	0,5 d			
8536,86*	1	$4_{-4} - 5_{-5}$		
8538,27*	1	$4_{-3} - 5_{-4}$		
8545,04	2,5 b	$3_{-1} - 4_{-2}$	8544,98	+ 0,06
8547,84	1	$2_{-2} - 2_{+1}$	8548,32	- 0,48
8551,13*	1,5	$3_{-3} - 4_{-4}$	8552,03	- 0,90
8553,09*	1,5 b	$3_{-2} - 4_{-3}$	8553,49	- 0,40
8560,86	1,5	$2_0 - 3_{-1}$ $2_{+2} - 3_{+1}$	8560,98 8560,55	- 0,12 + 0,31
8562,11	00	$2_{+1} - 3_0$	8561,76	+ 0,35
8563,42	00			
8565,57*	1,5	$2_{-2} - 3_{-3}$	8566,30	- 0,73
8567,82*	1,5 b	$2_{-1} - 3_{-2}$	8567,96	- 0,14
8577,32	0,5	$1_{+1} - 2_0$	8577,32	0
8580,41*	1 d	$1_{-1} - 2_{-2}$	8581,00	- 0,59
8582,25*	0,5 d	$4_{-3} - 4_{-2}$ $1_0 - 2_{-1}$	8581,55 8582,33	+ 0,70 - 0,08
8586,14	00			
8594,19	1			
8595,71*	0,5	0 - $1_{-1}$	8596,16	- 0,45
8600,37	2,5			
8602,22	00	$2_{-1} - 2_0$ $4_{-4} - 3_{+1}$ $4_{-1} - 4_0$	8602,03 8602,13 8602,74	+ 0,19 + 0,09 - 0,52
8604,75	4,5	$4_{+2} - 4_{+1}$	8604,05	+ 0,70
8607,90	5	$1_0 - 1_{+1}$ $2_{+1} - 2_{+2}$ $2_{+2} - 2_{+1}$	8607,86 8607,75 8608,55	+ 0,04 + 0,15 - 0,65

$r_{\text{beob.}}$	Int.	Einordnung	$r_{\text{ber.}}$	beob.-ber.
8609,46	1	$3_{+1} - 3_0$	8610,12	— 0,66
8610,20	1,5			
8611,60	0,5			
8613,64	0,5	$1_{+1} - 1_0$ $4_0 - 4_{-1}$	8613,56 8613,83	+ 0,08 — 0,19
8615,08	0 b	$3_{+1} - 4_{-4}$	8615,78	— 0,70
8617,56	000			
8619,08	000	$2_0 - 2_{-1}$	8619,13	— 0,05
8626,57	1	$1_{-1} - 0$ $2_{+2} - 3_{-3}$	8626,98 8626,52	— 0,41 + 0,05
8628,40	1			
8636,91	0			
8638,38	1 d	$2_{-1} - 1_0$ $4_{-2} - 4_{-3}$	8638,27 8638,07	+ 0,11 + 0,31
8641,43	1,5	$2_{-2} - 1_{-1}$	8641,83	— 0,40
8644,79	0,5	$2_0 - 1_{+1}$	8644,65	+ 0,14
8651,27	0,5	$3_{-2} - 2_{-1}$	8651,39	— 0,12
8652,35	0,5			
8655,17	1,5	$3_{-3} - 2_{-2}$ $3_0 - 2_{+1}$ $3_{+1} - 2_{+2}$ $3_{+3} - 4_{-2}$	8655,65 8654,22 8656,10 8655,15	— 0,48 + 0,95 — 0,93 + 0,02
8657,78	0 d			
8661,50	1,5	$3_{-1} - 2_0$	8661,44	+ 0,06
8663,69	1,5	$4_{-3} - 3_{-2}$	8663,95	— 0,26
8665,25	0			
8667,53	2	$4_{-4} - 3_{-3}$	8668,10	— 0,57
8670,37	1,5	$2_{+1} - 2_{-2}$	8671,06	— 0,69
8675,17	3	$\text{H}_2\text{O}$		
8675,74	2			
8677,76	1,5 b	$4_{-2} - 3_{-1}$	8677,82	— 0,06
8678,53	1,5			
8680,36	1,5	$\text{H}_2\text{O}$		
8682,53	0,5 d	$3_{+2} - 4_{-3}$	8681,70	+ 0,83
8684,66	1 d			
8686,38	1,5			
8688,53	1 d			
8692,95	3			
8696,85	1,5 b	$\text{H}_2\text{O}$		
8698,13	2 d			
8700,67	0			
8703,13	0,5 d			
8704,42	0 d			
8706,29	1			
8707,29	2 b			
8708,50	00			
8710,81	2 b			
8713,66	1,5 b			
8715,64	1,5 b			

$v_{\text{beob.}}$	Int.	Einordnung	$v_{\text{ber.}}$	beob. - ber.
8717,99	0	$4_{+1} - 4_{-2}$	8717,41	+ 0,58
8719,81	0,5	$3_{+1} - 2_{-2}$	8719,41	+ 0,40
8720,88	1,5	$3_{+2} - 3_{-1}$	8721,45	- 0,57
8722,85	0,5 s			
8723,95	1,5			
8726,58	0,5			
8728,26	0,5 b			
8730,15	1,5			
8731,78	1			
8733,86	2			
8738,56	3			
8739,25	1,5	$4_0 - 3_{-3}$	8739,62	- 0,37
8742,99	00			
8744,19	1,5 b	$4_{+2} - 4_{-3}$	8744,31	- 0,12
8746,07	0,5			
8748,43	0 b			

Die Bande setzt sich, von Linien des gewöhnlichen Wassers überlagert, hier noch weiter fort. Die Linien sind nicht mehr angegeben, da sie doch nicht eingeordnet werden konnten. Bezeichnungen:  $b$  = breit;  $d$  = diffus;  $s$  = scharf.

damit gerechnet werden, daß es sich auch hier um eine  $A$ -Bande handelte, was durch die späteren Ergebnisse bestätigt wurde. Tabelle 1 enthält die Wellenzahlen, Intensitäten und Einordnung der Linien der untersuchten Bande.

Abgesehen von dem einen, bereits erwähnten deutlichen Dublettzweig, der durch Vergleich mit der  $\text{H}_2\text{O}$ - (1, 2, 1-) Bande identifiziert werden konnte (es handelt sich um die in Tabelle 1 mit \* gekennzeichneten Linien), waren in der Bande ohne weiteres keine Gesetzmäßigkeiten zu erkennen. Es war deshalb nicht möglich, die Analyse in der bei zweiatomigen Molekülen üblichen Weise durch Heraussuchen von Zweigen und Bildung von Kombinationsbeziehungen durchzuführen. Da aber die Molekülkonstanten des isotopen Moleküls  $\text{H}_2\text{O}$  bekannt waren, war es möglich, auf indirektem Wege, nämlich durch näherungsweise Berechnung der Lage der zu erwartenden Linien zu einer Einordnung zu kommen.

Um eine erste Näherung zu erhalten, wurden die Trägheitsmomente von  $\text{HDO}$  und  $\text{D}_2\text{O}$  mit den von Mecke abgeleiteten Größen für die Kernabstände und den Valenzwinkel im  $\text{H}_2\text{O}$ -Molekül berechnet [OH-Abstand<sup>1)</sup>  $r_0 = 0,970 \text{ \AA}$ , Valenzwinkel  $\alpha = 105^{\circ}6'$ ]. Die verwendeten Atommassen

<sup>1)</sup> Gemeint ist der auf den tiefsten schwingenden Zustand bezogene mittlere  $r$ -Wert.

waren:  $m_H = 1,6619$ ,  $m_D = 3,3202$  und  $m_O = 26,384 \cdot 10^{-24}$  g. Die so erhaltenen Trägheitsmomente sind zusammen mit denen von  $H_2O$  in Tabelle 2 zusammengestellt. Die Achse des mittleren Trägheitsmomentes fällt bei  $D_2O$  wie bei  $H_2O$  mit der Symmetriearchse des Moleküls zusammen. Bei HDO liegt sie unter einem Winkel von  $20^\circ 38'$  gegen die Winkelhalbierende des Valenzwinkels.

Tabelle 2. Angenäherte Trägheitsmomente für HDO und  $D_2O$ . Trägheitsmomente von  $H_2O$  nach Mecke und Mitarbeiter.

	$I_A$	$I_B$	$I_C$
$D_2O$	1,846	3,938	$5,784 \cdot 10^{-40}$ gr cm <sup>2</sup>
HDO	1,219	3,141	4,360
$H_2O$	0,995	1,908	2,980

Mit diesen Trägheitsmomenten wurden nach den Formeln von Kramers und Ittmann<sup>1)</sup> je eine Folge von Rotationsniveaus für  $J \leq 4$  für HDO und  $D_2O$  berechnet. Hierauf wurden nach den bekannten Auswahlregeln<sup>1)</sup> die Wellenzahlen der Übergänge abgeleitet, wobei, da es sich ja doch nur um eine Näherung handeln konnte, für den oberen Zustand die gleichen Rotationskonstanten benutzt wurde wie für den unteren Zustand. Die Nulllinie wurde so gewählt, daß bei der Berechnung der Übergänge die Wellenzahlen der Linien des oben erwähnten Zweiges möglichst genau dargestellt wurden.

Ein Vergleich der beobachteten Bande mit den beiden berechneten ergab vor allem, daß diese Bande nur dem HDO angehören konnte, im Gegensatz zu dem auf einem qualitativen Intensitätsvergleich beruhenden Befund von Herzberg und Verleger (l. c.). Denn während ein Diagramm der beobachteten Bande mit einem entsprechenden der berechneten  $D_2O$ -Bande gar nicht zur Deckung gebracht werden konnte, stimmte die Liniengruppierung der berechneten HDO-Bande mit der der beobachteten Bande weitgehend überein.

Der genauere Vergleich der beobachteten Bande mit der berechneten HDO-Bande führte zur Einordnung einer Reihe von Linien, die nicht zu dem schon früher identifizierten Zweig gehörten. Um jedoch auch die übrigen Linien einordnen zu können, war es notwendig, die Annahme fallen zu lassen, daß die Trägheitsmomente im oberen und unteren Zustand gleich seien. Um genauere Werte für die Trägheitsmomente zu erhalten, wurde folgendermaßen verfahren:

<sup>1)</sup> Vgl. D. M. Dennison, l. c.

Von Mecke (l. c.) sind eine Anzahl von einfachen Beziehungen zwischen den Rotationstermen mit  $J \leq 4$  angegeben, aus denen sich die Rotationskonstanten  $A = h/8\pi^2 c I_A$ ,  $B = h/8\pi^2 c I_B$  und  $C = h/8\pi^2 c I_C$  leicht ermitteln lassen. Diese Beziehungen sind, soweit sie im vorliegenden Falle benutzt werden konnten, in Tabelle 4 enthalten. Die darin eingehenden Termdifferenzen können aus Liniendifferenzen erhalten werden (vgl. Tabelle 3). Nun ermöglichen die bereits eingeordneten Linien allerdings nur die Berechnung eines verhältnismäßig geringen Teiles dieser Termdifferenzen. Dies genügte jedoch zur Berechnung neuer Rotationskonstanten des oberen und unteren Zustandes, die, vor allem im oberen Zustand, den richtigen Werten wesentlich näher kamen als die ursprünglich angenommenen Größen. Eine mit diesen neuen Konstanten berechnete Bande führte zur Einordnung weiterer Linien, wodurch weitere Termdifferenzen und damit weitere Verbesserungen der Bandenkonstanten erhalten werden konnten. Mit diesen Konstanten wurde wieder eine Bande berechnet und das Verfahren solange fortgesetzt, bis weitere Schritte nichts wesentlich Neues mehr ergaben.

Tabelle 3. Kombinationsdifferenzen.

Termkombination	gebildet aus	Wert
$2'_{-1} - 1'_{+1}$	$(2_{-1} 1_0) - (1_{+1} 1_0)$	24,74
	$(2_{-1} 2_0) - (1_{+1} 2_0)$	24,90
$2'_0 - 1'_0$	$(2_0 1_{+1}) - (1_0 1_{+1})$	36,89
	$(2_0 2_{-1}) - (1_0 2_{-1})$	36,83
$2'_{+1} - 1'_{-1}$	$(2_{+1} 2_{-2}) - (1_{-1} 2_{-2})$	89,96
$3'_{+2} - 2'_0$	$(3_{+2} - 3_{-1}) - (2_0 3_{-1})$	160,02
$3'_{-2} - 1'_0$	$(3_{-2} 2_{-1}) - (1_0 2_{-1})$	69,020
$3'_{+1} - 2'_{+1}$	$(3_{+1} 2_{+2}) - (2_{+1} 2_{+2})$	47,27
	$(3_{+1} 3_0) - (2_{+1} 3_0)$	47,35
$3'_{-3} - 1'_{-1}$	$(3_{-3} 2_{-2}) - (1_{-1} 2_{-2})$	74,77
$2''_{-1} - 1''_{+1}$	$(1_0 2_{-1}) - (1_0 1_{+1})$	25,65
	$(2_0 2_{-1}) - (2_0 1_{+1})$	25,71
$2''_0 - 1''_0$	$(1_{+1} 2_0) - (1_{+1} 1_0)$	36,32
	$(2_{-1} 2_0) - (2_{-1} 1_0)$	36,16
$2''_{+1} - 1''_{-1}$	$(2_{-2} 2_{+1}) - (2_{-2} 1_{-1})$	93,59
$3''_{+3} - 2''_{-1}$	$(3_{-2} 3_{+3}) - (3_{-2} 2_{-1})$	175,39
$3''_{-1} - 1''_{+1}$	$(2_0 3_{-1}) - (2_0 1_{+1})$	83,93
$3''_{+2} - 2''_0$	$(3_{-1} 3_{+2}) - (3_{-1} 2_0)$	166,71
$3''_{-2} - 1''_0$	$(2_{-1} 3_{-2}) - (2_{-1} 1_0)$	70,56
$3''_{+1} - 2''_{+1}$	$(2_{+2} 3_{+1}) - (2_{+2} 2_{+1})$	47,04
$3''_{-3} - 1''_{-1}$	$(2_{-2} 3_{-3}) - (2_{-2} 1_{-1})$	75,86

Tabelle 3 enthält die für die endgültige Berechnung der Konstanten benutzten Linien- bzw. Termkombinationen. Dabei sind die Terme in der üblichen Weise<sup>1)</sup> bezeichnet, einmal durch die Quantenzahl  $J$ , dem Gesamt-drehimpuls des Moleküls entsprechend und ferner durch die Zahl  $\tau$  (unterer Index des Termsymbols), die für die Terme mit gleichem  $J$  in der Reihenfolge ihrer Energie alle Werte von  $-J$  bis  $+J$  durchläuft.

Tabelle 4. Berechnung der Rotationskonstanten und Trägheitsmomente.

Grundzustand			
Termkombination	Wert	Beobachtet	
$2''_{-1} - 1''_{+1}$	$4 C''$	25,65	
		25,71	
$2''_0 - 1''_0$	$4 B''$	36,32	
		36,16	
$2''_{+1} - 1''_{-1}$	$4 A''$	93,59	
$\frac{1}{2} (3''_{+3} - 2''_{-1}) + \frac{1}{2} (3''_{-1} - 1''_{+1})$	$4 (A'' + B'')$	129,66	
$\frac{1}{2} (3''_{+2} - 2''_0) + \frac{1}{2} (3''_{-2} - 1''_0)$	$4 (A'' + C'')$	118,63	
$\frac{1}{2} (3''_{+1} - 2''_{+1}) + \frac{1}{2} (3''_{-3} - 1''_{-1})$	$4 (B'' + C'')$	61,45	
$A'' = 23,377$	$I''_A = 1,183$	$r_{\text{OH}} = 0,970 \text{ \AA}$ (Mecke)	
$B'' = 9,060$	$I''_B = 3,052$	$r_{\text{OD}} = 0,948 \text{ \AA}$	
$C'' = 6,381$	$I''_C = 4,333$	$\Delta x = 105^{\circ} 43'$	
$I''_C - (I''_A + I''_B) = + 0,098$			

Angeregter Zustand			
Termkombination	Wert	Beobachtet	
$2'_{-1} - 1'_{+1}$	$4 C'$	24,74	
		24,90	
$2'_0 - 1'_0$	$4 B'$	36,89	
		36,83	
$2'_{+1} - 1'_{-1}$	$4 A'$	89,96	
$\frac{1}{2} (3'_{+2} - 2'_0) + \frac{1}{2} (3'_{-2} - 1'_0)$	$4 (A' + C')$	114,52	
$\frac{1}{2} (3'_{+1} - 2'_{+1}) + (3'_{-3} - 1'_{-1})$	$4 (B' + C')$	61,04	
$A' = 22,514$	$I'_A = 1,228$		
$B' = 9,199$	$I'_B = 3,006$		
$C' = 6,177$	$I'_C = 4,476$		
$I'_C - (I'_A + I'_B) = + 0,242$			

Bei der Berechnung der Trägheitsmomente wurde  $h = 6,544 \cdot 10^{-27} \text{ erg sec}$  zugrunde gelegt.

<sup>1)</sup> Vgl. D. M. Dennison, I. c.

Aus Tabelle 4 geht der Zusammenhang zwischen den Termkombinationen und den Bandenkonstanten hervor. Dort finden sich auch die endgültigen Werte für die Trägheitsmomente  $I'_A$ ,  $I'_B$ ,  $I'_C$  und  $I''_A$ ,  $I''_B$ ,  $I''_C$  des HDO-Moleküls.

Aus den drei Trägheitsmomenten des unteren Zustandes lassen sich die drei Größen  $r_{OH}$ ,  $r_{OD}$  und  $\alpha$  (Valenzwinkel) nicht unabhängig ermitteln. Wenn man jedoch, wie es äußerst plausibel erscheint, für  $r_{OH}$  im HDO-Molekül denselben Wert annimmt wie im  $H_2O$  ( $r_{OH} = 0,970 \text{ \AA}$  nach Mecke), erhält man die in Tabelle 4 angegebenen Werte für  $r_{OD}$  und  $\alpha$ . (Bei der Berechnung wurden nur die beiden Trägheitsmomente  $I''_A$  und  $I''_B$  verwendet.)

Die Wellenzahlen der Linien, die sich auf Grund der gefundenen Trägheitsmomente berechnen, sind in Tabelle 1 mit eingetragen.

*C. Diskussion.* Die aus der Analyse erhaltenen Trägheitsmomente weichen merklich ab von den ursprünglich unter Zugrundelegung der Molekülkonfiguration von  $H_2O$  berechneten Werten. Dementsprechend ist auch der Valenzwinkel  $\alpha$  verändert ( $105^0 43'$  gegen  $105^0 6'$ ) und  $r_{OD}$  ist verschieden von  $r_{OH}$  ( $0,948$  gegen  $0,970 \text{ \AA}$ ). Es ist nicht ausgeschlossen, daß es sich hierbei um einen wirklichen Unterschied in der geometrischen Konfiguration der beiden isotopen Moleküle HDO und  $H_2O$  handelt. Die Abweichungen können aber auch durch einen der beiden folgenden Effekte hervorgerufen sein:

1. Bei der Berechnung ist ebenso wie bei der Meckeschen Wasseranalyse der Einfluß der Zentrifugalkraft (Änderung der Trägheitsmomente mit wachsender Rotation) nicht berücksichtigt. Die angegebenen Trägheitsmomente sind vielmehr Mittelwerte über die verschiedenen Rotationszustände mit  $J = 1, 2, 3$  und  $4$ . Der Einfluß der Zentrifugalkraft kann bei HDO und  $H_2O$  verschieden sein und dadurch einen Unterschied in den effektiven Trägheitsmomenten ergeben.

2. Eine völlige Gleichheit der geometrischen Konfiguration (Kernabstände und Valenzwinkel) isotoper Moleküle ist, wenn überhaupt, nur für den völlig schwingungslosen Zustand vorhanden. Die berechneten Trägheitsmomente beziehen sich aber auf den niedrigsten, mit je einem halben Quant schwingenden Zustand und sind daher in gewisser Weise (s. weiter unten) gebildete Mittelwerte über den Schwingungsvorgang. Da Schwingungsform und Schwingungsfrequenz bei HDO verschieden sind von denen bei  $H_2O$ , brauchen die Valenzwinkel und Kernabstände im Grundzustand der beiden Moleküle nicht übereinzustimmen, auch wenn sie im völlig schwingungslosen Zustand exakt gleich sind. Leider erlauben die vorhan-

denen Daten nicht, bei HDO auf den völlig schwingungsgesunden Zustand zu extrapolieren, wie es Mecke bei H<sub>2</sub>O möglich war.

Die vorliegenden Daten reichen nicht aus, um zu entscheiden, ob der Unterschied in den geometrischen Konfigurationen von HDO und H<sub>2</sub>O reell ist oder nur in der angegebenen Weise vorgetäuscht.

Die bei der Berechnung der Trägheitsmomente gemachte Vernachlässigung der Zentrifugalkraft macht auch, wenigstens zum Teil, die verhältnismäßig großen Differenzen zwischen beobachteten und gemessenen Linien (Tabelle 1) verständlich.

Die Tatsache, daß die gefundenen Trägheitsmomente sich auf den tiefsten Schwingungszustand und nicht auf den völlig schwingungsgesunden Zustand beziehen, erklärt auch, daß hier bei HDO, ebenso wie Mecke es bei H<sub>2</sub>O gefunden hat, die Summe der beiden kleineren Hauptträgheitsmomente nicht, wie man erwarten sollte, exakt gleich dem größten Trägheitsmoment ist. Auch bei H<sub>2</sub>O ist diese Beziehung nur für den völlig schwingungsgesunden Zustand erfüllt. Daß die Beziehung für das schwingende Molekül nicht immer gilt, liegt daran, daß die Rotationsterme des Moleküls nicht von den über die Schwingung gemittelten Trägheitsmomenten selbst, sondern von den über die Schwingung gemittelten reziproken Trägheitsmomenten (den Rotationskonstanten  $A = h/8\pi^2 c I_A$ ,  $B = h/8\pi^2 c I_B$  und  $C = h/8\pi^2 c I_C$ ) abhängen. Für die Mittelwerte der Trägheitsmomente selbst müßte die Beziehung  $I_A + I_B = I_C$  für beliebige Schwingungen exakt erfüllt sein, doch nicht für die aus den Mittelwerten der reziproken Trägheitsmomente erhaltenen effektiven Trägheitsmomente. Es ist schwer zu übersehen, welchen Einfluß dieser Effekt auf die Bestimmung der Kernabstände und des Valenzwinkels hat.

Die dieser Analyse zugrundeliegenden Aufnahmen wurden in liebenswürdiger Weise von Herrn Dozent Dr. H. Verleger-Berlin zur Verfügung gestellt. Ich bin ihm dafür aufrichtigen Dank schuldig.

*Saskatoon, Sask. (Kanada), Department of Physics, University of Saskatchewan, August 1937.*

**Bemerkung**

zu meiner Arbeit: „**Einige prinzipielle Gesichtspunkte zur Spektroskopie der Ionenkristalle und ihre Anwendung auf die Alkalihalogenide**<sup>1)</sup>“.

Von **A. von Hippel**.

Herr R. Landshoff macht mich freundlichst auf eine Arbeit von W. Klemm aufmerksam (ZS. f. Phys. **82**, 529, 1933), die mir leider entgangen war. Herr Klemm und anschließend, wie ich sehe, Herr de Boer (Electron emission and adsorption phenomena, S. 241, 1935) berücksichtigen schon in der Berechnung des I. Maximums der ultravioletten Eigenabsorption die Polarisations- und Adsorptionskräfte, die ich im Abschnitt 2 meiner Arbeit neu einzuführen glaubte. Meine Diskussion bringt an dieser Stelle also nur noch insofern Neues, als sie die Temperaturabhängigkeit der Bande mit berücksichtigt.

---

<sup>1)</sup> ZS. f. Phys. **101**, 680, 1936.

**B e r i c h t i g u n g**  
**zur Arbeit: Über einige Interferenzerscheinungen**  
**bei Ultraschallwellen<sup>1)</sup>.**

Von **E. Schreuer** und **K. Osterhammel** in Köln.

(Eingegangen am 5. Oktober 1937.)

Die in der genannten Arbeit auf S. 47 gegebene Beziehung, daß die Phasengeschwindigkeit der Kombinationswelle durch die Vektorsumme der Komponentwellen gegeben sei, gilt natürlich nur für den Fall, daß der Winkel  $\Theta$  der gegenseitigen Neigung  $90^\circ$  beträgt. Im allgemeinen ist die Phasengeschwindigkeit der Kombinationswelle gegeben durch:  $\frac{v}{\cos \Theta/2}$ , worin  $v$  die Phasengeschwindigkeit der Komponentwellen bedeutet.

---

<sup>1)</sup> ZS. f. Phys. **107**, 44, 1937.